

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	13
2.	Zeichen und Begriffe	15
3.	Die wichtigsten Rechenregeln der Matrizenrechnung	16
4.	Aus der Theorie der Beobachtungsfehler	26
4.1.	Die Beobachtungsfehler	26
4.2.	Die Genauigkeitsmaße	28
4.3.	Das Fehlerfortpflanzungsgesetz.	29
4.4.	Die Gewichte	43
4.5.	Das Gewichtsfortpflanzungsgesetz	45
4.6.	Doppelbeobachtungen.	47
4.7.	Genauigkeitsmaße und Fehlerfortpflanzung beim Auftreten systematischer Fehler	50
4.8.	Formelzusammenstellung	53
5.	Ausgleichung unabhängiger Beobachtungen	54
5.1.	Ausgleichungsprinzip für unabhängige Beobachtungen	54
5.2.	Ausgleichung direkter Beobachtungen	55
5.2.1.	Direkte Beobachtungen gleicher Genauigkeit.	55
5.2.2.	Direkte Beobachtungen ungleicher Genauigkeit	58
5.2.3.	Ausgleichung direkter Beobachtungen in Matrizendarstellung	61
5.2.4.	Beispiel einer Ausgleichung direkter Beobachtungen	63
5.3.	Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen	65
5.3.1.	Verbesserungsgleichungen	65
5.3.2.	Normalgleichungen	72
5.3.3.	Verbesserungen, Unbekannte und Rechenproben	77
5.3.4.	Mittlere Fehler.	78
5.3.5.	Zusammenstellung des Rechenganges einer Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen	87
5.3.5.1.	Berechnung der Unbekannten und ausgeglichenen Beobachtungen	88
5.3.5.2.	Berechnung der mittleren Fehler	89
5.3.5.3.	Abschließende Zusammenstellung der Ergebnisse	90

5.3.6.	Beispiel einer Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen	90
5.3.6.1.	Berechnung der Unbekannten und ausgeglichenen Beobachtungen	91
5.3.6.2.	Berechnung der mittleren Fehler	96
5.3.6.3.	Zusammenstellung der Ergebnisse	98
5.3.7.	Sonderfall: Nur zwei Unbekannte	98
5.3.8.	Weitere Auflösungsverfahren für Normalgleichungen	99
5.4.	Ausgleichung bedingter Beobachtungen	107
5.4.1.	Bedingungsgleichungen	108
5.4.2.	Korrelatengleichungen, Normalgleichungen, Verbesserungen und Re- chenproben	114
5.4.3.	Mittlere Fehler	119
5.4.4.	Zusammenstellung des Rechenganges einer Ausgleichung bedingter Beobachtungen	126
5.4.4.1.	Berechnung der ausgeglichenen Beobachtungen	126
5.4.4.2.	Berechnung der mittleren Fehler	128
5.4.4.3.	Abschließende Zusammenstellung der Ergebnisse	129
5.4.5.	Beispiel einer Ausgleichung bedingter Beobachtungen	129
5.4.5.1.	Berechnung der ausgeglichenen Beobachtungen	130
5.4.5.2.	Berechnung der mittleren Fehler	133
5.4.5.3.	Zusammenstellung der Ergebnisse	134
5.4.6.	Sonderfall: Eine Summenbedingung	134
5.5.	Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen mit Bedingungsglei- chungen zwischen den Unbekannten	136
5.5.1.	Bestimmung der ausgeglichenen Größen	137
5.5.2.	Mittlere Fehler	140
5.5.3.	Beispiel einer Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen mit Be- dingungsgleichungen zwischen den Unbekannten	146
5.6.	Ausgleichung bedingter Beobachtungen mit Unbekannten	152
5.6.1.	Bestimmung der ausgeglichenen Größen	153
5.6.2.	Mittlere Fehler	156
5.6.3.	Beispiel einer Ausgleichung bedingter Beobachtungen mit Unbekann- ten	163
5.7.	Zur Wahl des Ausgleichungsverfahrens	169
5.8.	Gemeinsame Ausgleichung verschiedenartiger Beobachtungen	170
5.9.	Das Mittel aus mehreren mittleren Fehlern	172
5.10.	Der mittlere Fehler des mittleren Fehlers	174
6.	Ausgleichung korrelierter Beobachtungen	177
6.1.	Der Korrelationskoeffizient	177
6.2.	Gewichts- und Fehlerfortpflanzungsgesetz für korrelierte Beobach- tungen	179
6.3.	Ausgleichungsprinzip für korrelierte Beobachtungen	181
6.4.	Ausgleichung korrelierter direkter Beobachtungen	183

6.4.1.	Bestimmung der Unbekannten	183
6.4.2.	Mittlere Fehler	185
6.4.3.	Beispiel einer Ausgleichung korrelierter direkter Beobachtungen . .	187
6.4.4.	Sonderfall: Gleichgewichtige und gleichstark korrelierte Beobach- tungen	190
6.5.	Ausgleichung korrelierter vermittelnder Beobachtungen	191
6.5.1.	Bestimmung der ausgeglichenen Größen	192
6.5.2.	Mittlere Fehler	194
6.5.3.	Beispiel einer Ausgleichung korrelierter vermittelnder Beobach- tungen	198
6.5.3.1.	Berechnung der Unbekannten und ausgeglichenen Beobachtungen .	199
6.5.3.2.	Berechnung der mittleren Fehler	203
6.5.3.3.	Zusammenstellung der Ergebnisse	204
6.6.	Ausgleichung korrelierter bedingter Beobachtungen	204
6.6.1.	Bestimmung der ausgeglichenen Größen	204
6.6.2.	Mittlere Fehler	207
6.6.3.	Beispiel einer Ausgleichung korrelierter bedingter Beobachtungen .	209
6.6.3.1.	Berechnung der ausgeglichenen Beobachtungen	211
6.6.3.2.	Berechnung der mittleren Fehler	212
6.6.3.3.	Zusammenstellung der Ergebnisse	213
6.7.	Ausgleichung korrelierter vermittelnder Beobachtungen mit Bedin- gungsgleichungen zwischen den Unbekannten	213
6.7.1.	Bestimmung der ausgeglichenen Größen	216
6.7.2.	Mittlere Fehler	218
6.7.3.	Zusammenstellung des Rechenganges einer Ausgleichung korrelierter vermittelnder Beobachtungen mit Bedingungsgleichungen zwischen den Unbekannten	221
6.7.3.1.	Berechnung der Unbekannten und ausgeglichenen Beobachtungen .	221
6.7.3.2.	Berechnung der mittleren Fehler	223
6.7.3.3.	Zusammenstellung der Ergebnisse	223
6.8.	Ausgleichung korrelierter bedingter Beobachtungen mit Unbekannten	224
6.8.1.	Bestimmung der ausgeglichenen Größen	224
6.8.2.	Mittlere Fehler	226
6.8.3.	Zusammenstellung des Rechenganges einer Ausgleichung korrelierter bedingter Beobachtungen mit Unbekannten	229
6.8.3.1.	Berechnung der ausgeglichenen Beobachtungen und Unbekannten .	229
6.8.3.2.	Berechnung der mittleren Fehler	230
6.8.3.3.	Zusammenstellung der Ergebnisse	231
6.9.	Gegenüberstellung der Rechenformeln für die Ausgleichung unab- hängiger und korrelierter Beobachtungen	231
6.10.	Verfälschung der Ausgleichungsergebnisse infolge Vernachlässigung bestehender Korrelationen	234
7.	Anwendungen der Methode der kleinsten Quadrate	237
7.1.	Stationsausgleichungen	237
7.1.1.	Ausgleichung von Winkelmessungen in allen Kombinationen . . .	237

7.1.2.	Ausgleichung vollständiger Richtungssätze.	240
7.2.	Ausgleichung trigonometrischer Punktbestimmungen nach vermittelnden Beobachtungen	245
7.2.1.	Reduzierte Verbesserungsgleichungen, <i>Schreibersche</i> Regel	246
7.2.2.	Einzelpunktausgleichung	248
7.2.3.	Netzweise Punkteinschaltung	253
7.2.4.	Fehlerellipse, mittlerer Punktfehler	257
7.3.	Ausgleichung trigonometrischer Netze nach bedingten Beobachtungen	262
7.3.1.	Bedingungsgleichungen in einfach angeschlossenen Netzen	262
7.3.2.	Bedingungsgleichungen in mehrfach angeschlossenen Netzen	265
7.4.	Ausgleichung von Streckennetzen.	268
7.4.1.	Ausgleichung von Streckennetzen nach vermittelnden Beobachtungen	269
7.4.2.	Ausgleichung von Streckennetzen nach bedingten Beobachtungen .	271
7.5.	Ausgleichung von Polygonzügen und Polygonnetzen	274
7.5.1.	Strenge Ausgleichung eines Polygonzuges	275
7.5.2.	Näherungsweise Ausgleichung von Polygonnetzen nach vermittelnden Beobachtungen	278
7.5.3.	Näherungsweise Ausgleichung von Polygonnetzen nach bedingten Beobachtungen	281
7.6.	Ausgleichende Funktionen	283
7.7.	Ausgleichung durch schrittweise Annäherung (Iterationsverfahren) .	287
7.7.1.	Ausgleichung unvollständiger Richtungssätze	287
7.7.2.	Ausgleichung eines Nivellementsnetzes nach <i>Gauß/Vogler</i>	290
7.7.3.	Ausgleichung eines Nivellementsnetzes nach <i>Popov</i>	295
7.7.4.	Ausgleichung eines trigonometrischen Höhennetzes nach <i>Anér</i> . . .	298
8.	Statistische Auswertung geodätischer Beobachtungen	302
8.1.	Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	302
8.2.	Grundbegriffe der mathematischen Statistik	311
8.3.	Bestimmung von Vertrauensbereichen.	323
8.3.1.	Vertrauensbereich für den Mittelwert μ einer normalverteilten Zufallsgröße X	324
8.3.2.	Vertrauensbereich für die Standardabweichung σ einer normalverteilten Zufallsgröße X	326
8.3.3.	Vertrauensbereiche bei beliebigen Ausgleichungsaufgaben	328
8.4.	Statistische Prüfverfahren	330
8.4.1.	Prinzip und Arbeitsgang beim statistischen Test	330
8.4.2.	Test eines Mittelwertes μ bei bekannter Standardabweichung σ . . .	331
8.4.3.	Test eines Mittelwertes μ bei unbekannter Standardabweichung σ .	333
8.4.4.	Test zweier Mittelwerte μ_1 und μ_2 bei bekannten Standardabweichungen σ_1 und σ_2	334

8.4.5.	Test zweier Mittelwerte μ_1 und μ_2 bei unbekannten Standardabweichungen σ_1 und σ_2	336
8.4.6.	Test einer Standardabweichung σ	338
8.4.7.	Test zweier Standardabweichungen σ_1 und σ_2	340
8.4.8.	Test mehrerer Standardabweichungen $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m$	342
8.4.9.	Test eines Korrelationskoeffizienten ρ_{XY}	344
8.4.10.	Test eines extremen Merkmalswertes	345
8.4.11.	Test einer Normalverteilung	347
	Verzeichnis der statistischen Tafeln	351
	Literaturverzeichnis	352
	Sachwörterverzeichnis.	355