

TABLE DES MATIÈRES

Quelques notations	9
Livre I: Théorie des espaces fonctionnels hilbertiens	11
I. Espaces fonctionnels linéaires	11
II. Espaces linéaires à produit scalaire privilégié	15
III. Espaces de Hilbert	18
IV. Systèmes orthonormaux dans un espace de Hilbert	20
V. Opérateurs linéaires d'un espace de Hilbert dans un autre	23
— Généralités	23
— Opérateurs linéaires bornés d'un espace de Hilbert dans un autre	25
— Opérateurs hermitiens d'un espace de Hilbert dans lui-même	27
VI. Fonctionnelles définies dans un espace de Hilbert	29
VII. Les théorèmes de la borne uniforme	37
VIII. Etude de certains ensembles de fonctions et d'opérateurs paramétriques	39
— Fonctions et opérateurs scalairement indéfiniment dérivables	39
— Fonctions et opérateurs holomorphes	43
IX. Opérateurs inverses	47
X. Ensemble résolvant d'un opérateur borné holomorphe dans tout le plan complexe	49
Livre II: Problème de Dirichlet-Neumann pour l'opérateur métaharmonique	56
I. Solutions élémentaires et solutions faibles de l'opérateur métaharmonique	56
— Généralités	56
— Une solution élémentaire remarquable de l'opérateur métaharmonique	57
— Formule de représentation des solutions faibles de l'opérateur métaharmonique	66
— Propriétés complémentaires de la solution élémentaire	74
II. Quelques espaces fonctionnels hilbertiens	79
— L'espace $L_2(E)$, [E : ensemble mesurable de E_n]	79
— Dérivées dans $L_1^{loc}(\Omega)$ par rapport à $x \in \Omega$ [Ω : ouvert de E_n]	87
— Les espaces $V(\Omega)$ [Ω : ouvert de E_n].	92
— Les sous-espaces $V_e(\Omega)$ de $V(\Omega)$ [$e \subset \bar{\Omega}$]	96
III. Le problème de Dirichlet-Neumann pour l'opérateur métaharmonique	102
— Position du problème de Dirichlet-Neumann	102
— Opérateur de Green du problème de Dirichlet-Neumann lorsque z est réel et strictement positif	105
— Opérateur de Green du problème de Dirichlet-Neumann pour z complexe non réel négatif ou nul	108
IV. Noyau de Green du problème de Dirichlet-Neumann	116

V. Le problème de Dirichlet-Neumann d'ordre α pour l'opérateur métaharmonique	129
— Quelques nouveaux espaces fonctionnels hilbertiens	129
— Position du problème de Dirichlet-Neumann d'ordre α	132
— Opérateur de Green du problème de Dirichlet-Neumann d'ordre α pour z réel et supérieur à α^2	133
— Opérateur de Green du problème de Dirichlet-Neumann d'ordre α pour $\Re z > \alpha^2$	135
— Dernière extension de la définition de l'opérateur de Green	139
— Noyau de Green du problème de Dirichlet-Neumann d'ordre α	142
— Application: étude du noyau de Green des problèmes de Dirichlet-Neumann projetables	143
— Généralités	143
— Forme réduite du noyau	144
— La formule de descente	146
— La formule de montée	149
Livre III: L'opération J	151
I. Un espace de fonctions holomorphes	151
II. Distributions par rapport au temps	154
III. Définition et propriétés de l'opération J	157
IV. L'opération J réalise l'inversion de la transformation de Laplace	163
V. Caractérisation des distributions définies par l'opération J	167
Livre IV: Problème de Dirichlet-Neumann pour les opérateurs des ondes et de la diffusion	169
I. Position du problème	169
— Les opérateurs étudiés et leurs solutions	169
— Distributions par rapport au temps dans un espace de Hilbert	171
— Position du problème de Dirichlet-Neumann	172
— Solution mathématique et solution physique	174
II. Unicité de la solution	176
III. Deux lemmes	178
IV. Existence de la solution	180
— Distributions parmi les opérateurs d'un espace de Hilbert dans un autre	180
— Opérateur de Green	182
— Le théorème d'existence	190
V. Forme intégrale de la solution pour $a > 0$	190
— Le noyau de Green pour $a > 0$	190
— Forme intégrale de l'opérateur de Green pour $a > 0$	197
— Formule résolutive pour $a > 0$	200
— Recherche et propriétés de la solution physique pour $a > 0$	201
VI. Problème de Dirichlet-Neumann local pour $a > 0$	202
VII. Forme intégrale de la solution pour $a = 0, b > 0$	204
— Noyau de Green pour $a = 0, b > 0$	204
— Forme intégrale de l'opérateur de Green pour $a = 0, b > 0$	214
— Formule résolutive pour $a = 0, b > 0$	216
— Propriétés de la solution physique pour $a = 0, b > 0$	217
— Etude approfondie de la solution physique relative à la donnée initiale	221
VIII. Le problème de Dirichlet-Neumann d'ordre α pour $a = 0, b > 0$	228
Indications bibliographiques	231