

# Inhalt

|        |                                                                 |    |
|--------|-----------------------------------------------------------------|----|
| 0.     | Einleitung .....                                                | 13 |
| 1.     | Die empirischen Zahlen .....                                    | 20 |
| 2.     | <i>Tabellarische und graphische Darstellung von Daten</i> ..... | 37 |
| 2.1.   | Das Ordnen von Daten .....                                      | 37 |
| 2.1.1. | Die geordnete Reihe .....                                       | 38 |
| 2.1.2. | Die Häufigkeitsverteilung .....                                 | 38 |
| 2.2.   | Statistische Tabellen .....                                     | 42 |
| 2.3.   | Graphische Darstellungen .....                                  | 46 |
| 2.3.1. | Allgemeines. Die Arten statistischer Graphiken .....            | 46 |
| 2.3.2. | Wiedergabe von Häufigkeitsverteilungen .....                    | 49 |
| 2.3.3. | Die kumulativen Häufigkeitsverteilungen .....                   | 58 |
| 3.     | <i>Einfache Repräsentativwerte</i> .....                        | 62 |
| 3.1.   | Der Umfang .....                                                | 62 |
| 3.2.   | Die Maße der Zentraltendenz .....                               | 62 |
| 3.2.1. | Der arithmetische Mittelwert .....                              | 62 |
| 3.2.2. | Das geometrische Mittel .....                                   | 66 |
| 3.2.3. | Das harmonische Mittel .....                                    | 67 |
| 3.2.4. | Der Median .....                                                | 67 |
| 3.2.5. | Der Gipfelwert oder Modalwert .....                             | 69 |
| 3.2.6. | Die Anwendung der einzelnen Zentralmaße .....                   | 70 |
| 3.3.   | Die Quantile oder Fraktile .....                                | 71 |
| 3.4.   | Die Streuungsmaße .....                                         | 74 |
| 3.4.1. | Die Standardabweichung .....                                    | 74 |
| 3.4.2. | Die mittlere absolute Abweichung .....                          | 76 |
| 3.4.3. | Die Spannweite oder Variationsbreite .....                      | 77 |
| 3.4.4. | Die (halbierte) Quartildifferenz .....                          | 77 |
| 3.4.5. | Die Perzentildifferenz .....                                    | 78 |
| 3.4.6. | Die Anwendung der verschiedenen absoluten Streuungsmaße .....   | 78 |
| 3.4.7. | Die relativen Streuungsmaße .....                               | 79 |
| 3.5.   | Die Schiefemaße .....                                           | 80 |
| 3.6.   | Der Exzeß .....                                                 | 81 |
| 4.     | <i>Repräsentativwerte für bivariate Daten</i> .....             | 83 |
| 4.1.   | Die Regressionsgleichungen .....                                | 84 |
| 4.1.1. | Die linearen Regressionsgleichungen .....                       | 85 |
| 4.1.2. | Die polynomiale Regression .....                                | 91 |

|        |                                                                                |     |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.1.3. | Linearisierung der Regression durch Transformation der Ausgangswerte . . . . . | 94  |
| 4.2.   | Die Streuung um die Regressionslinie . . . . .                                 | 97  |
| 4.3.   | Korrelationsmaße . . . . .                                                     | 99  |
| 4.3.1. | Die Kovarianz . . . . .                                                        | 99  |
| 4.3.2. | Der lineare Korrelationskoeffizient . . . . .                                  | 100 |
| 4.3.3. | Die Rangkorrelationskoeffizienten . . . . .                                    | 102 |
| 4.3.4. | Korrelationsmaße bei klassifikatorischer Skala . . . . .                       | 106 |
| 5.     | <i>Die Beschreibung multivariater Daten</i> . . . . .                          | 108 |
| 5.1.   | Vektor, Matrix, Determinante . . . . .                                         | 108 |
| 5.2.   | Mittelwertsvektor und Kovarianzmatrix . . . . .                                | 114 |
| 5.3.   | Multiple Regression . . . . .                                                  | 117 |
| 5.3.1. | Die multiple lineare Regressionsgleichung . . . . .                            | 117 |
| 5.3.2. | Die Streuung der Einzelwerte bei multipler Regression . . . . .                | 122 |
| 5.3.3. | Multiple Korrelation . . . . .                                                 | 122 |
| 5.3.4. | Die partielle Korrelation . . . . .                                            | 123 |
| 5.3.5. | Zur Anwendung der Kennzahlen der multiplen Regression . . . . .                | 126 |
| 5.4.   | Die Hauptkomponentenanalyse . . . . .                                          | 129 |
| 5.5.   | Die Faktorenanalyse . . . . .                                                  | 134 |
| 5.6.   | Die kanonische Korrelation . . . . .                                           | 138 |
| 6.     | <i>Empirische Zeitreihen</i> . . . . .                                         | 141 |
| 6.1.   | Allgemeine Eigenschaften von Zeitreihen . . . . .                              | 141 |
| 6.2.   | Die Zerlegung von Zeitreihen I . . . . .                                       | 146 |
| 6.2.1. | Das Modell . . . . .                                                           | 146 |
| 6.2.2. | Die Bestimmung von Saisonschwankungen . . . . .                                | 147 |
| 6.2.3. | Bestimmung und Elimination des Trends . . . . .                                | 149 |
| 6.3.   | Die Zerlegung von Zeitreihen II . . . . .                                      | 155 |
| 6.3.1. | Autokorrelation und Autoregression . . . . .                                   | 156 |
| 6.3.2. | Die Spektralanalyse von Zeitserien . . . . .                                   | 157 |
| 6.3.3. | Die Zerlegung bivariater Zeitreihen . . . . .                                  | 161 |
| 6.4.   | Verteilungen von Zeitreihen . . . . .                                          | 162 |
| 7.     | <i>Grundgedanken der analytischen Statistik</i> . . . . .                      | 165 |
| 7.1.   | Stichprobe und Grundgesamtheit . . . . .                                       | 165 |
| 7.2.   | Der Wahrscheinlichkeitsbegriff . . . . .                                       | 166 |
| 7.2.1. | Was bedeutet „Wahrscheinlichkeit“? . . . . .                                   | 166 |
| 7.2.2. | Der Wahrscheinlichkeitswert . . . . .                                          | 168 |
| 7.2.3. | Wahrscheinlichkeit und Entscheidung . . . . .                                  | 171 |
| 7.3.   | Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .                            | 173 |
| 7.4.   | Die Modellverteilungen . . . . .                                               | 179 |
| 7.4.1. | Die Gleichverteilung . . . . .                                                 | 181 |
| 7.4.2. | Die Normalverteilung . . . . .                                                 | 181 |
| 7.4.3. | Die $\chi^2$ -Verteilung . . . . .                                             | 184 |
| 7.4.4. | Die t-Verteilung . . . . .                                                     | 187 |
| 7.4.5. | Die F-Verteilung . . . . .                                                     | 189 |
| 7.4.6. | Die übrigen PEARSON-Verteilungen . . . . .                                     | 190 |
| 7.4.7. | Die POISSON-Verteilung . . . . .                                               | 191 |
| 7.4.8. | Die negative Binomialverteilung . . . . .                                      | 192 |

|          |                                                                                                                                                     |     |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 7.4.9.   | Die Binomialverteilung .....                                                                                                                        | 193 |
| 7.4.10.  | Die hypergeometrische Verteilung .....                                                                                                              | 194 |
| 7.5.     | Statistisches Schließen .....                                                                                                                       | 195 |
| 7.5.1.   | Die Wahl des mathematischen Modells .....                                                                                                           | 195 |
| 7.5.2.   | Die Wahl der Schätzfunktion .....                                                                                                                   | 200 |
| 7.5.3.   | Statistische Schätzungen .....                                                                                                                      | 202 |
| 7.5.4.   | Die statistischen Tests .....                                                                                                                       | 205 |
| 7.5.5.   | Die Wahl des richtigen Stichprobenumfangs .....                                                                                                     | 210 |
| 7.5.6.   | Die Vortests .....                                                                                                                                  | 213 |
| 8.       | <i>Schätzungen und Tests bei 1–2 univariaten Stichproben</i> .....                                                                                  | 215 |
| 8.1.     | Verfahren bei stetiger Verteilung der Grundgesamtheit .....                                                                                         | 215 |
| 8.1.1.   | Schätzungen und Tests für Hypothesen über den Lageparameter (Mittelwert) der Grundgesamtheit .....                                                  | 215 |
| 8.1.2.   | Schätzungen und Tests für die Differenz der Mittelwerte zweier Grundgesamtheiten .....                                                              | 224 |
| 8.1.2.1. | Der Vergleich zweier Lageparameter $\mu_1$ und $\mu_2$ bei gleicher Standardabweichung beider Gesamtheiten ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ ) ..... | 225 |
| 8.1.2.2. | Vergleich der Mittelwerte zweier unabhängiger Grundgesamtheiten mit unterschiedlichen Standardabweichungen .....                                    | 228 |
| 8.1.2.3. | Schätzungen und Tests von zwei Mittelwerten beim paarweisen Vergleich .....                                                                         | 232 |
| 8.1.3.   | Schätzungen und Tests für die Standardabweichung $\sigma$ der Grundgesamtheit ...                                                                   | 238 |
| 8.1.4.   | Schätzungen und Tests für das Verhältnis der Standardabweichungen zweier Grundgesamtheiten zueinander .....                                         | 241 |
| 8.1.5.   | Vertrauensgrenzen für einen bestimmten Prozentsatz der Verteilung (Toleranzgrenzen) .....                                                           | 247 |
| 8.1.6.   | Schnellverfahren .....                                                                                                                              | 250 |
| 8.1.7.   | Das Vorgehen bei stetigen, nicht normalverteilten Grundgesamtheiten .....                                                                           | 253 |
| 8.2.     | Statistische Methoden bei einer Poisson-Verteilung der Grundgesamtheit .....                                                                        | 256 |
| 8.2.1.   | Schätzungen und Tests für Hypothesen über den Parameter $\mu$ .....                                                                                 | 256 |
| 8.2.2.   | Der Vergleich der Mittelwerte zweier Poisson-verteilter Grundgesamtheiten ...                                                                       | 260 |
| 8.3.     | Methoden bei Binomialverteilung der Grundgesamtheit .....                                                                                           | 261 |
| 8.3.1.   | Der Wert der relativen Häufigkeit $p^*$ in der Grundgesamtheit .....                                                                                | 261 |
| 8.3.2.   | Der Vergleich der relativen Häufigkeit eines Merkmals in zwei Grundgesamtheiten .....                                                               | 266 |
| 8.3.3.   | Der Vergleich von relativen Häufigkeiten bei paarweiser Zuordnung der Daten                                                                         | 267 |
| 8.3.4.   | Nichtparametrische Methoden nach dem Modell der Binomialverteilung .....                                                                            | 268 |
| 8.4.     | Das Vorgehen bei diskreten Daten mit anderen Verteilungsmodellen .....                                                                              | 270 |
| 8.5.     | Das Prüfen von Hypothesen über die Form der Verteilung .....                                                                                        | 272 |
| 8.5.1.   | Testen auf das Vorliegen einer Normalverteilung an Hand der Formparameter                                                                           | 272 |
| 8.5.2.   | Der $\chi^2$ -Test zur Anpassung einer theoretischen Verteilung .....                                                                               | 273 |
| 9.       | <i>Der Vergleich mehrerer unvariaten Stichproben (Varianzanalyse)</i> .....                                                                         | 275 |
| 9.1.     | Gedankliche Grundlagen der Varianzanalyse .....                                                                                                     | 275 |
| 9.2.     | Die Varianzanalyse bei einfacher Klassifikation der Daten .....                                                                                     | 278 |
| 9.3.     | Der multiple Vergleich von Mittelwerten .....                                                                                                       | 285 |
| 9.3.1.   | Prüfverfahren für die allgemeine Fragestellung .....                                                                                                | 285 |
| 9.3.2.   | Die getrennte Prüfung ausgewählter Differenzen .....                                                                                                | 291 |

|           |                                                                                                      |     |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 9.3.3.    | Andere spezielle Probleme, Sequenztests .....                                                        | 293 |
| 9.3.4.    | Das simultane Schätzen .....                                                                         | 294 |
| 9.4.      | Varianzanalyse bei zweifacher Klassifikation der Daten .....                                         | 297 |
| 9.4.1.    | Das Vorgehen bei Fragestellungen des Modells I .....                                                 | 299 |
| 9.4.2.    | Fragestellungen des gemischten Modells .....                                                         | 303 |
| 9.5.      | Varianzanalyse bei mehrfacher Klassifikation .....                                                   | 309 |
| 9.6.      | Der Vergleich mehrerer Standardabweichungen .....                                                    | 811 |
| 10.       | <i>Schätzungen und Tests bei bivariaten Verteilungen</i> .....                                       | 314 |
| 10.1.     | Die theoretischen Grundlagen .....                                                                   | 314 |
| 10.2.     | Die Regressionsgleichung für die Grundgesamtheit .....                                               | 316 |
| 10.2.1.   | Aussagen über die Steigung der Regressionsgeraden .....                                              | 316 |
| 10.2.2.   | Der Vergleich der Steigungen zweier Grundgesamtheiten .....                                          | 319 |
| 10.2.3.   | Die Prüfung des Parameters $\alpha$ der Regressionsgleichung .....                                   | 319 |
| 10.2.4.   | Aussagen über die Regressionslinie insgesamt .....                                                   | 320 |
| 10.2.5.   | Die Streuung um die Regressionslinie .....                                                           | 322 |
| 10.3.     | Die „Vorhersage“ von unbekannten Y-Werten für eine gegebene Zahl $x_0$ .....                         | 323 |
| 10.3.1.   | Die Schätzung eines einzelnen Y-Wertes bei bekanntem X-Wert $x_0$ .....                              | 323 |
| 10.3.2.   | Das Schätzen des Mittels aus verschiedenen Y-Werten mit dem gleichen $x_0$ ....                      | 329 |
| 10.3.3.   | Der „echte“ Mittelwert $\mu_{y_0}$ aller Y-Daten mit einem bestimmten $x_0$ .....                    | 329 |
| 10.4.     | Aussagen über die Enge der Korrelation der beiden Variablen in der Grund-<br>gesamtheit .....        | 331 |
| 10.4.1.   | Der lineare Korrelationskoeffizient der Grundgesamtheit .....                                        | 331 |
| 10.4.2.   | Der Vergleich mehrerer Korrelationskoeffizienten .....                                               | 334 |
| 10.4.3.   | Prüfung und Schätzung der anderen Korrelationsmaße .....                                             | 335 |
| 10.5.     | Der bivariate Mittelwert ( $\mu_x, \mu_y$ ) .....                                                    | 338 |
| 10.5.1.   | Die Voraussetzungen der Methodik .....                                                               | 338 |
| 10.5.2.   | Aussagen über den Mittelwertvektor einer bivariaten Normalverteilung .....                           | 339 |
| 10.5.3.   | Der Vergleich zweier bivariater Mittelwerte .....                                                    | 340 |
| 10.5.3.1. | bei Gleichheit der Streuungsmaße der Grundgesamtheiten .....                                         | 340 |
| 10.5.3.2. | bei Ungleichheit der Kovarianzmatrizen der Grundgesamtheiten .....                                   | 344 |
| 10.5.3.3. | beim paarweisen Vergleich der Daten .....                                                            | 345 |
| 10.6.     | Varianzanalyse bei bivariaten Daten .....                                                            | 346 |
| 10.6.1.   | Der Vergleich mehrerer bivariater Mittelwerte (Die bivariate Varianzanalyse)                         | 346 |
| 10.6.2.   | Die Kovarianzanalyse .....                                                                           | 348 |
| 10.6.3.   | Die univariate Varianzanalyse bei Einteilung der Gruppen nach quantitativen<br>Gesichtspunkten ..... | 356 |
| 11.       | <i>Grundzüge der Multivariatanalyse</i> .....                                                        | 359 |
| 11.1.     | Allgemeines .....                                                                                    | 359 |
| 11.2.     | Analytische Verfahren bei multipler Regression .....                                                 | 360 |
| 11.2.1.   | Die multiple Regressionsgleichung .....                                                              | 360 |
| 11.2.2.   | Die Streuung um die multiple Regressionsgleichung .....                                              | 362 |
| 11.2.3.   | Die Schätzung eines unbekannten Y-Wertes .....                                                       | 362 |
| 11.2.4.   | Aussagen über den multiplen Korrelationskoeffizienten .....                                          | 363 |
| 11.2.5.   | Aussagen über partielle Korrelationskoeffizienten .....                                              | 364 |
| 11.2.6.   | Die Auswahl der Variablen für eine multiple Regressionsgleichung .....                               | 369 |
| 11.3.     | Der Mittelwertvektor einer multivariaten Grundgesamtheit .....                                       | 373 |

|         |                                                                                                        |     |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 11.3.1. | Problemstellung und Voraussetzungen .....                                                              | 373 |
| 11.3.2. | Aussagen über den Mittelwertvektor einer multivariaten Normalverteilung ....                           | 374 |
| 11.3.3. | Die Differenz der Mittelwertvektoren $\mu_1$ und $\mu_2$ zweier multivariater Normalverteilungen ..... | 375 |
| 11.4.   | Der Vergleich mehrerer multivariater Mittelwerte (Die Multivariat-Varianzanalyse) .....                | 377 |
| 11.5.   | Der Vergleich mehrerer Kovarianzmatrizen .....                                                         | 384 |
| 11.6.   | Die Diskriminanzanalyse und das Einordnen von Beobachtungen .....                                      | 386 |
| 12.     | <i>Grundbegriffe der Theorie zeitabhängiger Prozesse</i> .....                                         | 406 |
| 12.1.   | Schätzungen und Tests bei der Zerlegung von Zeitreihen .....                                           | 406 |
| 12.1.1. | Der Trend .....                                                                                        | 406 |
| 12.1.2. | Saisonschwankungen .....                                                                               | 408 |
| 12.1.3. | Oszillationen .....                                                                                    | 408 |
| 12.2.   | Einfache mathematische Modelle .....                                                                   | 409 |
| 12.2.1. | Allgemeine Grundzüge .....                                                                             | 409 |
| 12.2.2. | Der Poissonsche Prozeß .....                                                                           | 412 |
| 12.2.3. | Reine Geburtsprozesse .....                                                                            | 413 |
| 12.2.4. | Reine Sterbeprozesse .....                                                                             | 414 |
| 12.2.5. | Geburts- und Sterbeprozesse .....                                                                      | 415 |
| 13.     | <i>Statistische Versuchsplanung</i> .....                                                              | 417 |
| 13.1.   | Einleitung .....                                                                                       | 417 |
| 13.2.   | Das Aufstellen eines Untersuchungsprogramms .....                                                      | 419 |
| 13.3.   | Das Erheben von Stichproben .....                                                                      | 429 |
| 13.4.   | Statistische Versuchspläne .....                                                                       | 435 |
| 13.5.   | Die Rolle des Statistikers während der Durchführung der Untersuchungen .....                           | 446 |
| 14.     | <i>Die Interpretation statistischer Ergebnisse</i> .....                                               | 449 |
| 14.1.   | Auswertung und Deutung der Ergebnisse einer statistisch nicht vorgeplanten Untersuchung .....          | 449 |
| 14.2.   | Das Lesen von „Statistiken“ .....                                                                      | 451 |
| 14.3.   | Statistisches Ergebnis und fachlicher Schluß .....                                                     | 454 |
| 14.4.   | Die Interpretation „der Statistik“ .....                                                               | 459 |
|         | Anhang (Tabellen und Rechenschemata) .....                                                             | 463 |
|         | Literatur .....                                                                                        | 497 |
|         | Sachwortverzeichnis .....                                                                              | 502 |