

SÉMINAIRE DE GÉOMÉTRIE ALGÈBRE
DU BOIS MARIE
1962–64

SCHÉMAS EN GROUPES (SGA 3)

Un séminaire dirigé par M. Demazure et A. Grothendieck

Avec la collaboration de
M. Artin, J.-E. Bertin, P. Gabriel, M. Raynaud, J.-P. Serre

Tome III
(Structure des schémas en groupes réductifs)

*Édition recomposée et annotée du volume 153 des Lecture Notes in
Mathematics publié en 1970 par Springer-Verlag*

TABLE DES MATIÈRES

Guide de lecture pour le tome 3	ix
Bibliographie	ix
Schémas en groupes réductifs , par M. DEMAZURE, <i>Bull. Soc. math. France</i> 93 (1965) 369–413	xi
XIX. Groupes réductifs - Généralités , par M. DEMAZURE	1
1. Rappels sur les groupes sur un corps algébriquement clos	1
2. Schémas en groupes réductifs. Définitions et premières propriétés	8
3. Racines et systèmes de racines des schémas en groupes réductifs	13
4. Racines et schémas en groupes vectoriels	15
5. Un exemple instructif	20
6. Existence locale de tores maximaux. Le groupe de Weyl	23
Bibliographie	25
XX. Groupes réductifs de rang semi-simple 1 , par M. DEMAZURE	27
1. Systèmes élémentaires. Les groupes U_α et $U_{-\alpha}$	27
2. Structure des systèmes élémentaires	35
3. Le groupe de Weyl	44
4. Le théorème d'isomorphisme	51
5. Exemples de systèmes élémentaires, applications	53
6. Générateurs et relations pour un système élémentaire	58
XXI. Données radicielles , par M. DEMAZURE	63
1. Généralités	63
2. Relations entre deux racines	67
3. Racines simples, racines positives	71
4. Données radicielles réduites de rang semi-simple 2	84
5. Le groupe de Weyl : générateurs et relations	86
6. Morphismes de données radicielles	90
7. Structure	101

Bibliographie	108
XXII. Groupes réductifs : déploiements, sous-groupes, groupes quotients, par M. DEMAZURE	109
1. Racines et coracines. Groupes déployés et données radicielles	109
2. Existence d'un déploiement. Type d'un groupe réductif	114
3. Le groupe de Weyl	116
4. Homomorphismes de groupes déployés	118
5. Sous-groupes de type (R)	128
6. Le groupe dérivé	169
Bibliographie	176
XXIII. Groupes réductifs : unicité des groupes épinglés, par M. DEMAZURE	177
1. Épinglages	177
2. Générateurs et relations pour un groupe épinglé	182
3. Groupes de rang semi-simple 2	190
4. Unicité des groupes épinglés : théorème fondamental	202
5. Corollaires du théorème fondamental	207
6. Systèmes de Chevalley	210
Bibliographie	213
XXIV. Automorphismes des groupes réductifs, par M. DEMAZURE	215
1. Schéma des automorphismes d'un groupe réductif	216
2. Automorphismes et sous-groupes	224
3. Schéma de Dynkin d'un groupe réductif. Groupes quasi-déployés	228
4. Isotrivialité des groupes réductifs et des fibrés principaux sous les groupes réductifs	238
5. Décomposition canonique d'un groupe adjoint ou simplement connexe	245
6. Automorphismes des sous-groupes de Borel des groupes réductifs	250
7. Représentabilité des foncteurs $\underline{\text{Hom}}_{S\text{-gr.}}(G, H)$, pour G réductif	252
8. Appendice : Cohomologie d'un groupe lisse sur un anneau hensélien. Cohomologie et foncteur \prod	263
Bibliographie	268
XXV. Le théorème d'existence, par M. DEMAZURE	269
1. Énoncé du théorème	269
2. Théorème d'existence : construction d'un morceau de groupe	271
3. Théorème d'existence : fin de la démonstration	276
4. Appendice	278
Bibliographie	279
XXVI. Sous-groupes paraboliques des groupes réductifs, par M. DEMAZURE	281
1. Rappels. Sous-groupes de Levi	281
2. Structure du radical unipotent d'un sous-groupe parabolique	287

3. Schéma des sous-groupes paraboliques d'un groupe réductif	291
4. Position relative de deux sous-groupes paraboliques	298
5. Théorème de conjugaison	313
6. Sous-groupes paraboliques et tores déployés	320
7. Donnée radicielle relative	325
Bibliographie	333
Index	335