



|                                                                                                                   |                                                                                                     |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.5.2.                                                                                                            | Ueber die isoperimetrische Ungleichung für die Kapazität                                            | 39 |
| § 2.6.                                                                                                            | Einbettungssätze (Bedingungen in der Terminologie von Kugeln)                                       | 44 |
| § 2.7.                                                                                                            | Einbettungssätze für $p = 1$                                                                        | 47 |
| § 2.8.                                                                                                            | Anwendungen                                                                                         | 52 |
| 2.8.1.                                                                                                            | Kompaktheitskriterien                                                                               | 52 |
| 2.8.2.                                                                                                            | Anwendungen auf die Theorie elliptischer Operatoren                                                 | 54 |
| § 2.9.                                                                                                            | Eine multiplikative Ungleichung                                                                     | 55 |
|                                                                                                                   | Kommentare zu Kapitel 2                                                                             | 58 |
| Kapitel 3. Eine Integraldarstellung für Funktionen, die homogenen Randbedingungen genügen, und einige Anwendungen |                                                                                                     | 61 |
| § 3.1.                                                                                                            | Eine Integraldarstellung                                                                            | 62 |
| 3.1.1.                                                                                                            | Der Fall einer Veränderlichen                                                                       | 62 |
| 3.1.2.                                                                                                            | Der Fall $n \geq 2$                                                                                 | 63 |
| § 3.2.                                                                                                            | Einbettungssätze für Funktionen, die homogenen Randbedingungen genügen                              | 65 |
| § 3.3.                                                                                                            | Gegenbeispiele zum Fall $1 > 2k$                                                                    | 68 |
| 3.3.1.                                                                                                            | Die Notwendigkeit der Bedingung $1 \leq 2k$                                                         | 68 |
| 3.3.2.                                                                                                            | Ueber die Einbettungsoperatoren für den Raum $W_p^1(\Omega) \cap W_p^{0k}(\Omega)$ im Fall $1 > 2k$ | 70 |
|                                                                                                                   | Kommentare zu Kapitel 3                                                                             | 72 |
| Kapitel 4. Ein modifizierter Kapazitätsbegriff                                                                    |                                                                                                     | 73 |
| § 4.1.                                                                                                            | Die Kapazität $\text{Cap}$                                                                          | 73 |
| 4.1.1.                                                                                                            | Einfachste Eigenschaften der Kapazität $\text{Cap}(e, L_p^{01}(\Omega))$                            | 73 |
| 4.1.2.                                                                                                            | Die Kapazität des Kontinuums                                                                        | 76 |
| 4.1.3.                                                                                                            | Die Kapazität des Zylinders                                                                         | 78 |
| 4.1.4.                                                                                                            | Mengen der Kapazität Null                                                                           | 79 |
| § 4.2.                                                                                                            | $(p,1)$ -polare Mengen                                                                              | 79 |
| § 4.3.                                                                                                            | Die Äquivalenz der beiden Kapazitäten                                                               | 81 |
| 4.3.1.                                                                                                            | Eine multiplikative Hilfsungleichung                                                                | 81 |

|                                                                               |                                                                                                              |     |
|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.3.2.                                                                        | Die Äquivalenz von $\text{Cap}$ und $\text{cap}$ bei $p > 1$                                                 | 83  |
|                                                                               | Kommentare zu Kapitel 4                                                                                      | 85  |
| Kapitel 5. Eine Integralungleichung für Funktionen<br>im Würfel               |                                                                                                              | 86  |
| § 5.1.                                                                        | Der Zusammenhang zwischen exakter Konstante<br>und Kapazität (Fall $k = 0$ )                                 | 87  |
| 5.1.1.                                                                        | Definition $(p,1)$ -unwesentlicher Mengen                                                                    | 87  |
| 5.1.2.                                                                        | Hauptsatz                                                                                                    | 87  |
| 5.1.3.                                                                        | Eine Variante des Hauptsatzes                                                                                | 91  |
| § 5.2.                                                                        | Der Zusammenhang zwischen der exakten Kon-<br>stante und dem $(p,1)$ -inneren Durchmesser<br>(Fall $k = 0$ ) | 92  |
| 5.2.1.                                                                        | Die Mengenfunktion $\lambda_{p,q}^1(G)$                                                                      | 92  |
| 5.2.2.                                                                        | Definition des $(p,1)$ -inneren Durchmessers                                                                 | 92  |
| 5.2.3.                                                                        | Abschätzungen für die exakte Konstante mit Hilfe<br>des $(p,1)$ -inneren Durchmessers                        | 93  |
| § 5.3.                                                                        | Abschätzungen für die exakte Konstante im<br>allgemeinen Fall                                                | 96  |
| 5.3.1.                                                                        | Eine notwendige und hinreichende Bedingung für<br>die Gültigkeit von Ungleichung (3.1)                       | 96  |
| 5.3.2.                                                                        | Kapazitäten von Funktionenklassen                                                                            | 97  |
| 5.3.3.                                                                        | Abschätzungen für die exakte Konstante in Un-<br>gleichung (3.1)                                             | 99  |
| 5.3.4.                                                                        | Die Klasse $\mathcal{L}_0(e)$ und die Kapazität $\text{Cap}_k(e, L_p^{0,1}(Q_{2d}))$                         | 103 |
| 5.3.5.                                                                        | Eine untere Abschätzung für $\text{Cap}_k$                                                                   | 104 |
| 5.3.6.                                                                        | Abschätzungen für die exakte Konstante bei<br>kleinem $(p,1)$ -innerem Durchmesser                           | 106 |
|                                                                               | Kommentare zu Kapitel 5                                                                                      | 108 |
| Kapitel 6. Die Einbettung von $L_p^{0,1}(\Omega)$ in andere<br>Funktionsräume |                                                                                                              | 109 |
| § 6.1.                                                                        | Einleitung                                                                                                   | 109 |
| § 6.2.                                                                        | Die Einbettung von $L_p^{0,1}(\Omega)$ in $D^1(\Omega)$                                                      | 110 |
| 6.2.1.                                                                        | Hilfssätze                                                                                                   | 110 |
| 6.2.2.                                                                        | Der Fall $\Omega = \mathbb{R}^n$                                                                             | 112 |
| 6.2.3.                                                                        | Der Fall $n = pl, p > 1$                                                                                     | 114 |

|            |                                                                                                       |     |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.2.4.     | Der Fall $n < lp$ , $n/p$ gebrochen                                                                   | 114 |
| 6.2.5.     | Der Fall $n < lp$ , $p > 1$ , $n/p$ ganzzahlig                                                        | 115 |
| § 6.3.     | Die Einbettung von $L_p^{01}(\Omega)$ in $L_q(\Omega, loc)$                                           | 118 |
| § 6.4.     | Die Einbettung von $L_p^{01}(\Omega)$ in $L_q(\Omega)$<br>(Fall $p \leq q$ )                          | 120 |
| 6.4.1.     | Mit Hilfe des $(p,1)$ -inneren Durchmessers formulierte Bedingungen                                   | 121 |
| 6.4.2.     | Mit Hilfe der Kapazität formulierte Bedingungen                                                       | 121 |
| § 6.5.     | Die Einbettung von $L_p^{01}(\Omega)$ in $L_q(\Omega)$<br>(Fall $p > q \geq 1$ )                      | 125 |
| 6.5.1.     | Definitionen und Hilfssätze                                                                           | 125 |
| 6.5.2.     | Hauptsatz                                                                                             | 128 |
| 6.5.3.     | Die Einbettung von $L_p^{01}(\Omega)$ in $L_q(\Omega)$ für einen<br>"unendlichen Trichter"            | 131 |
| § 6.6.     | Kompaktheitskriterien für die Einbettung<br>von $L_p^{01}(\Omega)$ in $L_q(\Omega)$ ( $p, q \geq 1$ ) | 132 |
| 6.6.1.     | Der Fall $p \leq q$                                                                                   | 132 |
| 6.6.2.     | Der Fall $p > q$                                                                                      | 134 |
| § 6.7.     | Anwendungen auf das Dirichlet-Problem für<br>stark-elliptische Operatoren                             | 135 |
| 6.7.1.     | Das Dirichlet-Problem mit inhomogenen Randbedingungen                                                 | 136 |
| 6.7.2.     | Das Dirichlet-Problem mit homogenen Randbedingungen                                                   | 137 |
| 6.7.3.     | Zur Diskretheit des Spektrums des Dirichlet-Problems                                                  | 138 |
| 6.7.4.     | Das Dirichlet-Problem für nichtselbstadjungierte Operatoren                                           | 139 |
|            | Kommentare zu Kapitel 6                                                                               | 141 |
| Kapitel 7. | Die Einbettung von $L_p^{01}(v, \Omega)$ in $W_r^m(\Omega)$                                           | 143 |
| § 7.1.     | Hilfssätze                                                                                            | 144 |
| § 7.2.     | Zur Stetigkeit des Einbettungsoperators<br>von $L_p^{01}(v, \Omega)$ in $W_r^m(\Omega)$               | 146 |
| § 7.3.     | Zur Kompaktheit der Einbettung von $L_p^{01}(v, \Omega)$<br>in $W_r^m(\Omega)$                        | 150 |
| 7.3.1.     | Die wesentliche Norm des Einbettungsoperators                                                         | 150 |
| 7.3.2.     | Kompaktheitskriterien                                                                                 | 152 |

|                                                                                                      |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 7.4. Ueber die Abschliessung der Einbettungsoperatoren                                             | 155 |
| § 7.5. Anwendungen: Positive Definitheit und Diskretheit des Spektrums stark-elliptischer Operatoren | 158 |
| Kommentare zu Kapitel 7                                                                              | 161 |
| Bemerkungen zum vorausgegangenen Buch des Autors                                                     |     |
| "Einbettungssätze für Sobolewsche Räume"                                                             | 162 |
| Literaturverzeichnis                                                                                 | 163 |
| Symbolverzeichnis                                                                                    | 169 |