

Inhaltsverzeichniss.

Einleitende Vorbegriffe.

§§		Seite
1.	Ueber das Wesen der Zahlentheorie und der Theorie der Congruenzen	1
2.	Ueber absolute Primzahlen	2
3.	Ueber relative Primzahlen	4
4.	Eigenschaften relativer Primzahlen	5
5.	Ueber die Zerlegung der Zahlen in Primzahlfactoren	8
6.	Lehrsätze, welche durch Zerlegung in Primzahlfactoren begründet werden	11
7.	Ueber Zahlen, welche eine arithmetische Progression bilden	17

Kapitel I.

Ueber Congruenzen im Allgemeinen.

8.	Ueber den Begriff einer Congruenz	26
9.	Ueber die Eigenschaften der Congruenzen von Zahlen	29
10.	Ueber die Lösung von Congruenzen	36
11.	Ueber die kleinsten Reste	37
12.	Ueber die Anzahl der Lösungen einer Congruenz	42

Kapitel II.

Ueber die Congruenzen ersten Grades.

13.	Lösung der Congruenzen ersten Grades, wenn der Modul relativ prim ist zu dem Coefficienten der Unbekannten	47
14.	Die Lehrsätze von Fermat und Euler	50
15.	Anwendung der Sätze von Fermat und Euler auf die Lösung der Congruenz ersten Grades	55
16.	Ueber Congruenzen ersten Grades, bei denen der Modul und der Coefficient der Unbekannten einen gemeinschaftlichen Factor besitzen	58

Kapitel III.

Ueber allgemeine Congruenzen höheren Grades.

17. Ueber die Befreiung von dem Coefficienten der höchsten Potenz der Unbekannten	64
18. Obere Grenze für die Anzahl der Lösungen	67
19. Anwendung obigen Satzes auf den Beweis des Wilson'schen Theorems und anderer Eigenschaften der Zahlen	71
20. Zurückführung einer Congruenz auf eine Form, in welcher der Grad kleiner wird als der Modul	76
21. Kriterium zur Entscheidung, ob eine Congruenz so viele Lösungen besitzt, als deren Grad Einheiten hat	79

Kapitel IV.

Ueber Congruenzen zweiten Grades.

22. Zurückführung der vollständigen Congruenzen zweiten Grades auf die Congruenz von der Form $z^2 \equiv q \pmod{p}$	86
23. Ueber die Existenz der Lösungen der Congruenz $z^2 \equiv q \pmod{p}$	91
24. Ueber das Symbol $\left(\frac{q}{p}\right)$	93
25. Eigenschaften des Symbols $\left(\frac{q}{p}\right)$	97
26. Ausdrücke, welche den Werth des Symbols $\left(\frac{q}{p}\right)$ bestimmen; Folgerungen aus denselben:	
1) Die Bestimmung von $\left(\frac{2}{p}\right)$;	
2) Das Reciprocitätsgesetz zweier Primzahlen	104
27. Methode, um in allen Fällen den Werth des Symbols $\left(\frac{q}{p}\right)$ zu finden	120
28. Lösung der Gleichungen $\left(\frac{x}{p}\right) = 1$; $\left(\frac{x}{p}\right) = -1$	124
29. Lösung der Congruenz $z^2 \equiv q \pmod{p}$, wenn p eine Primzahl von der Form $4n + 3$ ist	132
30. Ueber die Congruenz $z^2 \equiv q \pmod{p}$, wenn p eine zusammengesetzte Zahl ist	134

Kapitel V.

Ueber binomische Congruenzen.

31. Ueber die Congruenz $x^m - 1 \equiv 0 \pmod{p}$, wenn p eine Primzahl ist	143
--	-----

§§	Seite
32. Ueber die Congruenz $x^m - A \equiv 0 \pmod{p}$, wenn p eine Primzahl ist	150
33. Ueber die Congruenz $x^m - A \equiv 0 \pmod{N}$, wenn N eine zusammengesetzte Zahl ist	159

Kapitel VI.

Ueber Congruenzen von der Gestalt

$a^x \equiv A \pmod{p}.$

34. Ueber die Congruenz $a^x \equiv A \pmod{p}$ im Allgemeinen und $a^x \equiv 1 \pmod{p}$ insbesondere	165
35. Ueber die Lösungen der Congruenz $a^x \equiv A \pmod{p}$	172
36. Ueber die Indices	175
37. Ueber die Lösung binomischer Congruenzen mit Hülfe der Index-Tabellen	181
38. Eigenschaften der primitiven Wurzeln	190
39. Ueber die Auffindung der primitiven Wurzeln	192
40. Zweite Methode zur Auffindung der primitiven Wurzeln	194
41. Ueber die Anzahl der primitiven Wurzeln	202

Kapitel VII.

Ueber Congruenzen zweiten Grades mit zwei Unbekannten.

42. Ueber die Congruenz $x^2 + Ay^2 + B \equiv 0 \pmod{p}$	207
43. Ueber die Theiler der quadratischen Form $x^2 \pm Ay^2$	209
44. Ueber die Bestimmung der Theiler einer Form $x^2 \pm Ay^2$, wenn A eine Primzahl ist	224
45. Ueber die Eigenschaften allgemeiner quadratischer Formen	238
46. Ueber die Darstellbarkeit der Theiler von $x^2 \pm Ay^2$ durch quadratische Formen	246
47. Die Bestimmung der linearen Theiler einer Form $x^2 \pm Dy^2$ mit Hülfe quadratischer Formen	255

Kapitel VIII.

Anwendung der Theorie der Congruenzen auf die Zerlegung von Zahlen in Primzahlfactoren.

48. Zerlegung der Zahlen in Primzahlfactoren durch die Bestimmung der Gestalt der Theiler	273
49. Bestimmung der Theiler einer Zahl von der Form $a^m \pm 1$	274
50. Bestimmung der Theiler von Zahlen auf Grund der Theorie der Theiler von $x^2 \pm ay^2$	280

Anhang I.

Ueber quadratische Reste	293
------------------------------------	-----

Anhang II.

Ueber die Bestimmung der primitiven Wurzeln 306

Tabellen :

	Seite
1) aller Primzahlen unter 10000[*]	1—5
2) der primitiven Wurzeln und der Indices aller Primzahlmoduln unter 200	6—21
3) der linearen Theiler :	
a) der quadratischen Form $x^2 + ay^2$ von $a = 1$, bis $a = 101$	22—26
b) der quadratischen Form $x^2 - ay^2$ von $a = 1$, bis $a = 101$	27—31
Bemerkung zur Terminologie vom Herausgeber	32

[*] In den russischen Ausgaben reichte diese Tabelle nur bis zur Primzahl 5987].
