

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Deskriptive und explorative Statistik</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation und Beispiele	1
1.2	Grundbegriffe	3
1.3	Merkmale und ihre Klassifikation	4
1.4	Studiendesigns	7
1.4.1	Experimente und Beobachtungsstudien	7
1.4.2	Querschnittsstudie versus Longitudinalstudie	7
1.4.3	Zeitreihen	8
1.5	Aufbereitung von univariaten Daten	8
1.5.1	Nominale und ordinale Daten	9
1.5.2	Metrische Daten	13
1.6	Quantifizierung der Gestalt empirischer Verteilungen	21
1.6.1	Lagemaße	22
1.6.2	Streuung	30
1.6.3	Schiefe versus Symmetrie	35
1.6.4	Quantile und abgeleitete Kennzahlen	36
1.6.5	Fünf-Punkte-Zusammenfassung und Boxplot	38
1.6.6	QQ-Plot (Quantildiagramm)	40
1.7	Konzentrationsmessung*	41
1.7.1	Lorenzkurve	41
1.7.2	Gini-Koeffizient	43
1.7.3	Herfindahl-Index	45

1.8	Deskriptive Korrelations- und Regressionsanalyse .....	46
1.8.1	Korrelation .....	46
1.8.2	Grenzen der Korrelationsrechnung .....	56
1.8.3	Einfache lineare Regression .....	57
1.8.4	Grenzen der Regressionsrechnung .....	61
1.9	Deskriptive Zeitreihenanalyse* .....	61
1.9.1	Indexzahlen .....	62
1.9.2	Zerlegung von Zeitreihen .....	65
1.9.3	Bestimmung und Bereinigung der Trendkomponente ...	66
1.9.4	Bestimmung einer periodischen Komponente .....	67
<b>2</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b> .....	<b>69</b>
2.1	Grundbegriffe .....	69
2.1.1	Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeit .....	70
2.1.2	Chancen (Odds)* .....	75
2.1.3	Ereignis-Algebra* .....	77
2.2	Bedingte Wahrscheinlichkeiten .....	79
2.2.1	Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit .....	79
2.2.2	Satz von totalen Wahrscheinlichkeit .....	81
2.2.3	Satz von Bayes .....	82
2.3	Mehrstufige Wahrscheinlichkeitsmodelle .....	83
2.4	Unabhängige Ereignisse .....	85
2.5	Zufallsvariablen und ihre Verteilung .....	87
2.5.1	Die Verteilung einer Zufallsvariable .....	88
2.5.2	Die Verteilungsfunktion .....	89
2.5.3	Quantilfunktion und $p$ -Quantile .....	90
2.5.4	Diskrete Zufallsvariablen .....	91
2.5.5	Stetige Zufallsvariablen .....	92
2.5.6	Unabhängigkeit von Zufallsvariablen und Zufallsstichproben .....	94
2.5.7	Verteilung der Summe: Die Faltung .....	96
2.6	Erwartungswert, Varianz und Momente .....	97
2.6.1	Erwartungswert .....	97

2.6.2	Varianz .....	99
2.6.3	Momente und Transformationen von Zufallsvariablen ..	100
2.6.4	Entropie* .....	101
2.7	Diskrete Verteilungsmodelle .....	102
2.7.1	Bernoulli-Verteilung .....	102
2.7.2	Binomialverteilung .....	102
2.7.3	Geometrische Verteilung und negative Binomialverteilung .....	104
2.7.4	Poisson-Verteilung .....	105
2.8	Stetige Verteilungsmodelle .....	107
2.8.1	Stetige Gleichverteilung .....	107
2.8.2	Exponentialverteilung .....	108
2.8.3	Normalverteilung .....	108
2.9	Erzeugung von Zufallszahlen* .....	110
2.10	Zufallsvektoren und ihre Verteilung .....	111
2.10.1	Verteilungsfunktion und Produktverteilung .....	111
2.10.2	Diskrete Zufallsvektoren .....	113
2.10.3	Stetige Zufallsvektoren .....	114
2.10.4	Bedingte Verteilung und Unabhängigkeit .....	116
2.10.5	Bedingte Erwartung .....	118
2.10.6	Erwartungswertvektor und Kovarianzmatrix .....	119
2.11	Grenzwertsätze und Konvergenzbegriffe .....	121
2.11.1	Das Gesetz der großen Zahlen .....	121
2.11.2	Der Hauptsatz der Statistik .....	123
2.11.3	Der zentrale Grenzwertsatz .....	124
2.11.4	Konvergenzbegriffe* .....	126
2.12	Verteilungsmodelle für Zufallsvektoren .....	127
2.12.1	Multinomialverteilung .....	127
2.12.2	Multivariate Normalverteilung .....	128
2.13	Erzeugende Funktionen, Laplace-Transformierte* .....	130
2.14	Markov-Ketten* .....	133
2.14.1	Modell und Chapman-Kolmogorov-Gleichung .....	133
2.14.2	Stationäre Verteilung und Ergodensatz .....	135

<b>3</b>	<b>Schließende Statistik</b> .....	137
3.1	Grundbegriffe .....	137
3.2	Schätzprinzipien und Gütekriterien .....	139
3.2.1	Nichtparametrische Schätzung .....	139
3.2.2	Dichteschätzung .....	140
3.2.3	Das Likelihood-Prinzip .....	141
3.2.4	Gütekriterien für statistische Schätzer .....	148
3.3	Testverteilungen .....	153
3.3.1	$t$ -Verteilung .....	153
3.3.2	$\chi^2$ -Verteilung .....	154
3.3.3	$F$ -Verteilung .....	155
3.4	Konfidenzintervalle .....	155
3.4.1	Konfidenzintervall für $\mu$ .....	156
3.4.2	Konfidenzintervalle für $\sigma^2$ .....	157
3.4.3	Konfidenzintervall für $p$ .....	157
3.4.4	Konfidenzintervall für $\lambda$ (Poisson-Verteilung) .....	158
3.5	Einführung in die statistische Testtheorie .....	158
3.6	1-Stichproben-Tests .....	162
3.6.1	Motivation .....	162
3.6.2	Stichproben-Modell .....	162
3.6.3	Gauß- und $t$ -Test .....	163
3.6.4	Vorzeichenstest und Binomialtest .....	173
3.7	2-Stichproben-Tests .....	175
3.7.1	Verbundene Stichproben .....	175
3.7.2	Unverbundene Stichproben .....	177
3.7.3	Wilcoxon-Test .....	181
3.7.4	2-Stichproben Binomialtest .....	183
3.8	Korrelationstests .....	184
3.8.1	Test auf Korrelation .....	185
3.8.2	Rangkorrelationstest .....	185
3.9	Lineares Regressionsmodell .....	186
3.9.1	Modell .....	186

3.9.2	Statistische Eigenschaften der KQ-Schätzer . . . . .	188
3.9.3	Konfidenzintervalle . . . . .	189
3.10	Multiple lineare Regression (Lineares Modell)* . . . . .	191
3.10.1	Modell . . . . .	192
3.10.2	KQ-Schätzung . . . . .	193
3.10.3	Verteilungseigenschaften . . . . .	194
3.10.4	Anwendung: Funktionsapproximation . . . . .	194
3.11	Analyse von Kontingenztafeln . . . . .	195
3.11.1	Vergleich diskreter Verteilungen . . . . .	196
3.11.2	Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest . . . . .	197
3.12	Elemente der Bayes-Statistik* . . . . .	197
3.12.1	Grundbegriffe . . . . .	198
3.12.2	Minimax-Prinzip . . . . .	199
3.12.3	Bayes-Prinzip . . . . .	200
<b>A</b>	<b>Mathematik - kompakt . . . . .</b>	<b>205</b>
A.1	Notationen . . . . .	205
A.1.1	Griechische Buchstaben (Auswahl) . . . . .	205
A.1.2	Mengen und Zahlen . . . . .	205
A.2	Punktfolgen und Konvergenz . . . . .	205
A.2.1	Konvergenz von Folgen . . . . .	206
A.2.2	Summen und Reihen . . . . .	207
A.3	Funktionen . . . . .	209
A.3.1	Spezielle Funktionen . . . . .	210
A.3.2	Grenzwert von Funktionen . . . . .	211
A.3.3	Stetigkeit . . . . .	212
A.3.4	Potenzreihen* . . . . .	213
A.4	Differenzialrechnung . . . . .	213
A.4.1	Ableitung . . . . .	213
A.4.2	Höhere Ableitungen . . . . .	215
A.5	Taylorpolynom und Taylorentwicklung . . . . .	215
A.6	Optimierung von Funktionen . . . . .	216

## XIV Inhaltsverzeichnis

A.7	Integration .....	218
A.7.1	Stammfunktion .....	219
A.7.2	Integrationsregeln .....	220
A.7.3	Uneigentliches Integral .....	220
A.8	Vektoren .....	221
A.8.1	Lineare Unabhängigkeit .....	222
A.8.2	Skalarprodukt und Norm .....	223
A.9	Matrizen .....	225
A.10	Lösung linearer Gleichungssysteme .....	228
A.10.1	Gauß-Verfahren .....	229
A.10.2	Determinanten .....	231
A.11	Funktionen mehrerer Veränderlicher .....	233
A.11.1	Partielle Differenzierbarkeit und Kettenregel .....	235
A.11.2	Lineare und quadratische Approximation, Hessematrix ..	237
A.11.3	Optimierung von Funktionen .....	238
A.11.4	Optimierung unter Nebenbedingungen .....	240
A.12	Mehrdimensionale Integration .....	241
<b>B</b>	<b>Glossar</b> .....	<b>243</b>
<b>C</b>	<b>Tabellen</b> .....	<b>247</b>
C.1	Normalverteilung .....	247
C.2	$t$ -Verteilung .....	249
C.3	$\chi^2$ -Verteilung .....	251
C.4	$F$ -Verteilung .....	253
	<b>Literaturverzeichnis</b> .....	<b>263</b>
	<b>Sachverzeichnis</b> .....	<b>265</b>