

FORTSCHRITT-
BERICHTE

VDI

Dipl.-Ing. Oliver Rumpf, Walldorf

**Stabilitätsanalyse
zeitdiskreter nichtlinearer
dynamischer Systeme
auf der Basis der konvexen
Zerlegung mit paralleler
Implementierung**

Reihe **8**: Meß-, Steuerungs-
und Regelungstechnik

Nr. **651**

Inhalt

1	Einleitung	1
2	Methode der konvexen Zerlegung – Grundlagen und Erweiterungen	5
A	Grundkonzept von Kiendl	5
2.1	Definition der $P_{H,N}$ -Stabilität	5
2.2	Grundgedanke der Methode der konvexen Zerlegung	8
2.3	Systemvoraussetzungen	10
2.4	Beschreibung des Grundalgorithmus	13
2.5	Schlüsseloperationen des Algorithmus	16
B	Weiterentwicklung der Methode der konvexen Zerlegung	18
2.6	Reihenfolge der Schlüsseloperationen	18
2.7	Bearbeitung des entstehenden Polyederbaums	19
2.8	Erweiterung für zonenweise affine Nichtlinearitäten mit komplexer Struktur	22
2.8.1	Aufwand für die Zerlegung in einzonige Polyeder	22
2.8.2	Methode zur Bestimmung der relevanten Zonen	24
2.8.3	Berechnung der Halbraumzonentabelle	31
2.9	Beurteilung des Verlaufs der konvexen Zerlegung	38
2.9.1	Rückwärtsabbilden der ins Abbruchgebiet eingetretenen Polyeder	39
2.9.2	Berechnen des Volumenanteils am Startpolyeder	41
2.10	Zusammenfassung	42

3	Realisierung der Schlüsseloperationen	44
3.1	Schlüsseloperation Ia: Bestimmen der relevanten Zonen	45
3.2	Schlüsseloperation Ib: Zerlegen eines Polyeders durch eine Zone	49
3.3	Schlüsseloperation IIa: Abbilden der Polyeder	54
3.4	Schlüsseloperation III: Überprüfen der Abbruchbedingung . . .	55
3.5	Schlüsseloperation IV.1: Rückwärtsabbilden der Polyeder	60
3.6	Schlüsseloperation IV.2: Volumenberechnung der Polyeder	61
3.7	Entfernen redundanter Halbräume	72
3.7.1	Redundante Nebenbedingungen	74
3.7.2	Integration des Redundanzverfahrens	75
3.8	Vergleich der Polyederdarstellungsformen	77
3.8.1	Vergleich des Rechenaufwandes der Polyederdarstellungen	77
3.8.2	Rechenzeitbedarf	78
3.8.3	Speicherplatzbedarf	82
3.9	Zusammenfassung	83
4	Systematische Ermittlung zonenweise affiner Beschreibungen	85
4.1	Umwandlung typischer Regelkreisstrukturen in Funktionennetze	85
4.1.1	Struktur I: Lineare zeitdiskrete Strecke mit zonenweise affinem Regler	86
4.1.2	Struktur II: Zonenweise affines Streckenmodell mit zonen- weise affinem Regler	88
4.2	Berechnung der zonenweise affinen Beschreibung eines Funktio- nennetzes	90
4.2.1	Serienschaltung eines zonenweise affinen Teilsystems und einer Matrix	92

4.2.2	Serienschaltung einer Matrix und eines zonenweise affinen Teilsystems	93
4.2.3	Serienschaltung zonenweise affiner Teilsysteme	93
4.2.4	Parallelschaltung zonenweise affiner Teilsysteme	96
4.3	Approximation nichtlinearer Teilsysteme	96
4.4	Anwendungsbeispiel: Approximation eines Multilayer-Perceptrons	97
4.5	Neues Approximationsverfahren für mehrdimensionale Kennfelder	101
4.5.1	Strategie des Verfahrens	102
4.5.2	Berechnung der affinen Abbildung für eine Zone	103
4.5.3	Simplexzerlegung des Kennfeldeingangsraumes	105
4.6	Beispiel zur Kennfeldapproximation	111
4.7	Zusammenfassung	115
5	Berechnung und Optimierung von Ljapunowfunktionen	116
5.1	Formulierung des Optimierungsproblems	119
5.1.1	Gütefunktional	121
5.1.2	Einhaltung der Nebenbedingungen	122
5.2	Struktur des Optimierungsalgorithmus	124
5.3	Verwendete Optimierungsverfahren	125
5.4	Quadratische Ljapunowfunktionen	125
5.4.1	Berechnung eines geeigneten Startwertes	126
5.4.2	Ansatz für die Optimierungsparameter	127
5.4.3	Realisierung des Gütefunktional	127
5.5	Spatförmige Ljapunowfunktionen	128
5.5.1	Berechnung eines geeigneten Startwertes	129

5.5.2	Wahl der Optimierungsparameter	133
5.5.3	Realisierung des Gütefunktional	133
5.6	Exakte Berechnung der Spatausdehnung	136
5.6.1	Umwandlung der Maximumnorm in Ungleichungen	137
5.6.2	Zusammenfassen der Ungleichungen	139
5.6.3	Bestimmung der maximalen Spatausdehnung	140
5.7	Anwendungsbeispiel zur Optimierung von Ljapunowfunktionen	142
5.8	Zusammenfassung	145
6	Implementierung der Methode der konvexen Zerlegung	146
6.1	Objektorientierte Implementierung	147
6.1.1	Komplexität der konvexen Zerlegung	147
6.1.2	Verwendete Eigenschaften objektorientierter Programmierung	149
6.1.3	Implementierung der konvexen Zerlegung	154
6.2	Verteilte Implementierung	156
6.2.1	Parallelisierbare Teilalgorithmen der konvexen Zerlegung	156
6.2.2	Auswahl einer Parallelrechnerarchitektur	157
6.2.3	MIMD-Rechnerarchitekturen	158
6.2.4	Kommunikation zwischen verteilten Prozessen	160
6.2.5	Verwendete Client-Server-Struktur	161
6.2.6	Teilprozesse bei der konvexen Zerlegung	163
6.2.7	Dynamisches Loadbalancing	165
6.2.8	Paralleler Ablauf der Stabilitätsanalyse	167
6.2.9	Erzielte Zeitersparnis	167
6.3	Zusammenfassung	169

7	Anwendungen	171
7.1	Neuronale Regelung einer Verladebrücke	171
7.1.1	Ermittlung der zonenweise affinen Systembeschreibung .	172
7.1.2	Berechnung des Abbruchgebietes	174
7.1.3	Durchführung der Stabilitätsanalyse	174
7.2	Anfahrregelung für eine automatisch betriebene Kfz-Kupplung .	176
7.2.1	Systembeschreibung	176
7.2.2	Ermittlung der zonenweise affinen Systembeschreibung .	182
7.2.3	Durchführung der Stabilitätsanalyse	183
7.3	Zusammenfassung	187
8	Zusammenfassung	188
A	Darstellung konvexer Polyeder	191
A.1	Polyederdarstellung mit Eckpunkten	191
A.2	Polyederdarstellung mit Hyperebenen	192
A.3	Universelle Beschreibungsform	193
B	Schnelle Prüfung von Eckpunktnachbarschaften	196
C	Algorithmus zur Entfernung redundanter Nebenbedingungen	199
C.1	Erweiterte Vorzeichentestmethode	199
C.2	Besonderheiten bei Polyedern in der universellen Beschreibungsform	207
D	Entwickelte objektorientierte Klassenhierarchie	208
E	Gewinnung spatförmiger Gebiete	212

F	Lineare Optimierung	214
F.1	Standardform eines linearen Optimierungsproblems	215
F.2	Eigenschaften linearer Optimierungsprobleme	216
F.3	Simplexalgorithmus	218
F.3.1	Kanonische Form eines linearen Optimierungsproblems .	218
F.3.2	Simplextableau	219
F.3.3	Austauschschritt	221
F.3.4	Erzeugen einer zulässigen kanonischen Form	223
	Literatur	226