

# INHALTSVERZEICHNIS

## BAND 1

Vorwort zur ersten Auflage .....	11
Vorwort zur zweiten, erweiterten Auflage .....	16
1. Einleitung .....	17
1.1. Gegenstand der Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	17
1.2. Aufgaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	18
1.3. Probleme und Methoden der mathematischen Statistik .....	20
2. Wahrscheinlichkeitstheoretische Hilfsmittel .....	24
2.1. Wichtige Grundkenntnisse zum Begriff der Wahrscheinlichkeit	24
2.1.1. Ereignisse, elementare Ereignisse .....	24
2.1.2. Wahrscheinlichkeit. Addition von Wahrscheinlichkeiten .....	26
2.1.3. Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit .....	28
2.2. Zufallsveränderliche .....	32
2.2.1. Zufallsveränderliche und ihre Typen .....	32
2.2.2. Verteilung der Zufallsveränderlichen .....	35
2.2.3. Charakteristiken (Parameter) der Zufallsveränderlichen und ihre Eigenschaften .....	38
2.3. Stochastischer Zusammenhang zwischen Zufallsveränderlichen, Unabhängigkeit, Regression und Korrelation .....	41
2.3.1. Gemeinsame Verteilung zweier Zufallsveränderlicher .....	41
2.3.2. Bedingte Verteilungs- und Dichtefunktion .....	43
2.3.3. Unabhängigkeit von Zufallsveränderlichen .....	45
2.3.4. Satz von Bayes .....	46
2.3.5. Untersuchung der stochastischen Abhängigkeit von zwei Zu- fallsveränderlichen. Regression .....	49
2.3.6. Korrelationskoeffizient .....	52
2.3.7. Gemeinsame Verteilung von mehr als zwei Zufallsveränderli- chen. Unabhängigkeit .....	53
2.3.8. Verteilung der Funktion einer Zufallsveränderlichen .....	55

2.3.9.	Verteilung der Summe zweier Zufallsveränderlicher .....	57
2.3.10.	Verteilung des Produktes und des Quotienten von zwei unabhängigen Zufallsveränderlichen .....	59
2.4.	Einige wichtige Wahrscheinlichkeitsverteilungen .....	60
2.4.1.	Normalverteilung .....	60
2.4.2.	Zwei- und mehrdimensionale Normalverteilungen .....	63
2.4.3.	Poissonverteilung .....	64
2.4.4.	Binomialverteilung .....	65
2.4.5.	Exponential- und Gammaverteilung .....	68
2.4.6.	Weibull-Verteilung .....	69
2.4.7.	$\chi^2$ - und $\chi$ -Verteilung .....	69
2.4.8.	Student- und Cauchy-Verteilung .....	71
2.4.9.	Betaverteilungen, $F$ -Verteilung .....	72
2.4.10.	Logarithmische Normalverteilung .....	73
2.4.11.	Gleichverteilung (Rechteckverteilung) .....	73
2.5.	Sätze vom Tschebyscheff-Typ, Grenzwertsätze .....	74
2.5.1.	Sätze vom Tschebyscheff-Typ .....	75
2.5.2.	Gesetze der großen Zahlen .....	76
2.5.3.	Grenzverteilungssätze .....	77
3.	Grundlagen der Stichprobenentnahme .....	79
3.1.	Statistische Stichprobe .....	79
3.2.	Methoden der Stichprobenentnahme .....	82
3.2.1.	Einfache Zufallsstichproben .....	82
3.2.2.	Zwei- und mehrstufige Stichprobenentnahme, sequentielle Verfahren .....	83
3.2.3.	Geschichtete Stichprobenentnahme .....	84
3.2.4.	Stichprobenentnahme mit Gruppierung .....	84
3.3.	Stichprobencharakteristiken .....	85
3.3.1.	Begriffe der Stichprobenfunktion .....	85
3.3.2.	Empirische Verteilungsfunktion .....	86
3.3.3.	Wichtige empirische Maßzahlen .....	86
3.3.4.	Häufigkeits- und Dichtehistogramm .....	89
3.3.5.	Vereinfachte Berechnungen der Stichprobenfunktionen .....	90
3.4.	Grundlagen der Theorie der geordneten Stichproben .....	92
3.4.1.	Verteilung der geordneten Stichprobenelemente .....	92
3.4.2.	Verteilung der Spannweite .....	96
3.4.3.	Satz von Gliwenko. Die Kolmogorowschen und Smirnowschen Grenzverteilungssätze .....	97
3.4.4.	Sätze von Smirnow, Gnedenko und Koroljuk .....	99
3.4.5.	Verteilung der relativen Abweichung .....	101

4.	Theorie der statistischen Schätzungen .....	102
4.1.	Schätzungsproblem .....	102
4.2.	Erwartungstreue Schätzungen .....	104
4.2.1.	Begriff der erwartungstreuen Schätzung .....	104
4.2.2.	Erwartungstreue Schätzungen des Erwartungswertes und der Varianz .....	107
4.3.	Wirksamkeit (Effizienz) der Schätzung .....	110
4.4.	Konsistente und stark konsistente Schätzungen .....	113
4.5.	Suffiziente Schätzungen .....	114
4.6.	Cramér-Raosche Ungleichung .....	117
4.7.	Erstellung von statistischen Schätzfunktionen .....	119
4.7.1.	Maximum-Likelihood-Prinzip .....	119
4.7.2.	Momentenmethode .....	122
4.7.3.	Schätzung der Parameter der Weibull-Verteilung .....	124
4.8.	Intervallschätzung, Konfidenzintervalle .....	128
4.8.1.	Begriffe des Konfidenzintervalls und der Sicherheitswahrschein- lichkeit .....	128
4.8.2.	Bemerkungen über Konfidenzintervalle .....	130
4.8.3.	Konfidenzintervalle für die Parameter einiger wichtiger Vertei- lungen. Konfidenzgürtel für die theoretische Verteilungsfunk- tion .....	132
4.9.	Robustheit .....	136
4.10.	Schätzung bei einer geschichteten Stichprobe .....	139
5.	Prüfen der statistischen Hypothesen .....	144
5.1.	Statistische Hypothesen. Einfache und zusammengesetzte Hy- pothesen .....	144
5.2.	Parametrische und nichtparametrische (parameterfreie) Proble- me .....	147
5.3.	Theorie der statistischen Tests .....	148
5.3.1.	Statistischer Test .....	148
5.3.2.	Wahrscheinlichkeiten der Fehler erster und zweiter Art .....	150
5.3.3.	Allgemeine Diskussion über die statistischen Tests .....	155
5.3.4.	Wahl des kritischen Bereiches. Testvergleiche .....	158
5.4.	Parametrische Tests .....	161
5.4.1.	Der $u$ -Test .....	161
5.4.2.	Der $F$ -Test .....	163
5.4.3.	Der $t$ -(Student-)Test .....	166
5.4.4.	Vergleich der Erwartungswerte zweier normalverteilter Zufalls- veränderlicher bei unbekanntem und verschiedenen Standard- abweichungen .....	171

5.4.5.	Vergleich mehrerer Standardabweichungen, der Bartlett-Test .	173
5.4.6.	Prüfen von Verteilungen, Testen der Normalität, exponentielle Hypothese .....	175
5.4.7.	Prüfen der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses .....	182
5.5.	Parameterfreie Tests .....	188
5.5.1.	Der $\chi^2$ -Test, seine Anwendung zur Prüfung der Anpassung, der Homogenität und der Unabhängigkeit .....	188
5.5.2.	Allgemeines über die Testverfahren mit geordneten Stichproben	201
5.5.3.	Wilcoxon-Test .....	204
5.5.4.	Kolmogorow-Smirnowscher Zwei-Stichproben-Test .....	208
5.5.5.	Vorzeichentest .....	210
5.5.6.	Kolmogorow-Test .....	212
5.5.7.	Rényi-Test .....	215
6.	Sequentielle Stichprobenverfahren .....	218
6.1.	Einleitung .....	218
6.2.	Sequentieller Quotiententest .....	218
6.3.	Bestimmung der Näherungswerte für $A$ und $B$ .....	221
6.4.	Operationscharakteristik des sequentiellen Quotiententests ...	223
6.5.	Bestimmung eines Näherungswertes für den mittleren Stichprobenumfang .....	225
6.6.	Praktische Durchführung des Sequentialtests .....	227
6.6.1.	Sequentieller Quotiententest bei einer Binomialverteilung ....	228
6.6.2.	Sequentieller Quotiententest für den Erwartungswert einer Normalverteilung bei bekannter Standardabweichung .....	233
6.6.3.	Sequentieller Quotiententest für eine Exponentialverteilung ..	236
7.	Grundbegriffe der Theorie der Entscheidungsfunktionen .....	241
7.1.	Entscheidungsproblem .....	241
7.2.	Entscheidungsraum und Entscheidungsfunktion .....	242
7.3.	Verlustfunktion und Risikofunktion .....	244
7.4.	Beispiele für die Bestimmung der Risikofunktion .....	248

## BAND 2

8.	Varianzanalyse .....	263
8.1.	Fisher-Cochran-Satz .....	265
8.2.	Einfache Klassifikation .....	268
8.3.	Zweifache Klassifikation .....	274
8.3.1.	Testen der Hypothese ohne Wechselwirkung .....	274

8.3.2.	Zerlegung der gesamten Quadratsumme mit Hilfe des Prinzips der kleinsten Quadrate .....	278
8.3.3.	Varianzanalyse bei zweifacher Klassifikation mit Wechselwirkungen .....	286
8.3.4.	Beispiel für die Varianzanalyse bei zweifacher Klassifikation .	290
8.4.	Dreifache Klassifikation .....	295
8.5.	Unvollständige Versuchsanordnungen .....	298
8.5.1.	Lateinisches Quadrat .....	299
8.5.2.	Zufällige Blöcke .....	306
8.5.3.	Ausgewogene unvollständige Blöcke .....	311
8.6.	Kovarianzanalyse .....	316
8.6.1.	Formulierung des Problems .....	316
8.6.2.	Kovarianzanalyse bei einem Faktor und einer konkomitanten Veränderlichen .....	317
9.	Korrelations- und Regressionsanalyse .....	321
9.1.	Einleitung .....	321
9.2.	Methode der kleinsten Quadrate .....	326
9.2.1.	Gleichung der Regressionsgeraden .....	327
9.2.2.	Schätzung der Koeffizienten der Regressionsgeraden .....	331
9.2.3.	Regressionsparabel .....	333
9.2.4.	Regressionskurve .....	335
9.2.5.	Mehrere Zufallsveränderliche. Regressionsflächen, theoretische und empirische Regressionsebenen .....	336
9.2.6.	Bestimmung der unbekanntenen Konstanten von funktionalen Zusammenhängen bekannten Typs. Approximation eines funktionalen Zusammenhanges zwischen Veränderlichen .....	338
9.2.7.	Bemerkungen zur praktischen Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate .....	340
9.3.	Korrelations- und Regressionsanalyse bei zwei Veränderlichen	342
9.3.1.	Schätzung des Korrelationskoeffizienten. Prüfen von Hypothesen bezüglich des Korrelationskoeffizienten bei einer Normalverteilung und großen Stichproben .....	342
9.3.2.	Statistische Untersuchung der gemeinsamen Verteilung von zwei Zufallsveränderlichen .....	347
9.3.3.	Statistische Untersuchung des linearen funktionalen Zusammenhanges zwischen zwei mit Zufallsfehlern behafteten Veränderlichen .....	353
9.3.4.	Regression einer normalverteilten Zufallsveränderlichen bezüglich einer Veränderlichen .....	355

9.3.5.	Schätzung der unabhängigen Veränderlichen aus den Meßwerten der normalverteilten abhängigen Veränderlichen im linearen Fall .....	360
9.3.6.	Prüfen der Identität bzw. der Parallelität von Regressionsgeraden bei einer normalverteilten abhängigen Veränderlichen ...	362
9.4.	Korrelation und Regression bei mehreren Zufallsveränderlichen	369
9.4.1.	Gemeinsame Untersuchung von mehreren Zufallsveränderlichen. Partielle und mehrfache Korrelation .....	369
9.4.2.	Linearer funktionaler Zusammenhang mehrerer Veränderlicher. Gauß-Markoffscher Satz .....	376
9.4.3.	Nichtlineare Regression bezüglich mehrerer unabhängiger Veränderlicher .....	386
9.5.	Allokationsprobleme .....	388
9.5.1.	Problemstellung .....	388
9.5.2.	Wahl der Basispunkte bei der Schätzung der Regressionskoeffizienten eines linearen Zusammenhanges in einer unabhängigen Veränderlichen .....	390
9.5.3.	Allokation bei einem linearen Zusammenhang in mehreren Veränderlichen .....	392
9.5.4.	Wahl der Basispunkte bei der polynomialen Regression .....	396
9.6.	Beispiel zur Anwendung der Regressionsanalyse in der Praxis	398
10.	Statistische Methoden der Qualitätskontrolle .....	410
10.1.	Einleitung .....	410
10.2.	Laufende Kontrolle des Fertigungsprozesses .....	411
10.2.1.	Qualitätskontrolle meßbarer Merkmale .....	412
10.2.2.	Kontrollverfahren nichtmeßbarer Merkmale .....	428
10.3.	Bestimmung der Zeitspannen zwischen zwei Kontrollen .....	433
10.3.1.	Bestimmung der optimalen konstanten Zeitspanne .....	434
10.4.	Fertigwarenkontrolle (statistische Annahmeverfahren) .....	439
10.4.1.	Stichprobenplan .....	439
10.4.2.	Einfache, doppelte und mehrfache Stichprobenpläne. Operationscharakteristik .....	442
10.4.3.	Mittlerer und maximal durchgelassener Ausschußanteil .....	446
10.4.4.	Stichprobenpläne zur Variablenprüfung .....	449
Tafeln	.....	453
Literatur	.....	484
Fachausdrücke in englischer und russischer Sprache	.....	491
Sachregister	.....	494