

# Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| Symbole und Bezeichnungen . . . . .                        | X         |
| Einleitung . . . . .                                       | XIII      |
| <b>1 Mathematische Hilfsmittel</b>                         | <b>1</b>  |
| 1.1 Binärzahlen und Addition mod 2 . . . . .               | 1         |
| 1.1.1 Systemzahlen . . . . .                               | 1         |
| 1.1.2 Addition mod 2 . . . . .                             | 3         |
| 1.1.3 Darstellung dyadisch rationaler Zahlen . . . . .     | 5         |
| 1.2 Einige spezielle Matrizen . . . . .                    | 6         |
| 1.3 Permutationsmatrizen . . . . .                         | 8         |
| 1.4 Bitumkehrung . . . . .                                 | 10        |
| 1.5 Der GRAY-Code . . . . .                                | 11        |
| 1.6 Das KRONECKER-Produkt quadratischer Matrizen . . . . . | 13        |
| 1.7 Faltung (convolution) . . . . .                        | 16        |
| <b>2 Algebraischer Aufbau der WALSH-Funktionen</b>         | <b>19</b> |
| 2.1 Treppenfunktionen . . . . .                            | 19        |
| 2.2 Binäre Vektorräume . . . . .                           | 23        |
| 2.3 Binäre symmetrische Bilinearformen . . . . .           | 25        |
| 2.4 Allgemeine WALSH-Systeme . . . . .                     | 29        |
| 2.5 Spezielle binäre Matrizen . . . . .                    | 31        |
| 2.6 Spezielle WALSH-Systeme . . . . .                      | 34        |
| 2.7 Beziehungen zwischen WALSH-Systemen . . . . .          | 41        |
| <b>3 WALSH-Funktionen aus RADEMACHER-Funktionen</b>        | <b>45</b> |
| 3.1 RADEMACHER-Funktionen . . . . .                        | 46        |
| 3.2 RADEMACHER-ähnliche Funktionen . . . . .               | 50        |
| 3.3 Struktur der WALSH-Funktionen . . . . .                | 54        |
| 3.3.1 Die wichtigsten Basissysteme des $S_n$ . . . . .     | 54        |
| 3.3.2 Die Sprungstellen der wal-Funktionen . . . . .       | 57        |
| 3.3.3 RADEMACHER-ähnliches Orthogonalsystem . . . . .      | 58        |
| 3.4 Einige Formeln . . . . .                               | 59        |
| 3.5 Binärharmonische Oberschwingungen . . . . .            | 62        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 3.6      | Anwendungen . . . . .   | 63         |
| 3.6.1    | Multiplexübertragung . . . . .                                | 63         |
| 3.6.2    | WALSH-Funktionen in der Ebene . . . . .                       | 65         |
| <b>4</b> | <b>WALSH-FOURIER-Reihen</b>                                   | <b>69</b>  |
| 4.1      | Trigonometrische FOURIER-Reihen . . . . .                     | 69         |
| 4.2      | WALSH-FOURIER-Reihen . . . . .                                | 71         |
| 4.3      | Berechnung der WF-Koeffizienten . . . . .                     | 77         |
| 4.4      | WF-Reihen von Cosinus und Sinus . . . . .                     | 83         |
| <b>5</b> | <b>Diskrete und schnelle WALSH-Transformationen</b>           | <b>85</b>  |
| 5.1      | WALSH-Matrizen und Basistransformationen . . . . .            | 86         |
| 5.2      | Diskrete WALSH-Transformationen . . . . .                     | 90         |
| 5.2.1    | Diskretisierung der zu transformierenden Funktion . . . . .   | 90         |
| 5.2.2    | Zeitbereich und Sequenzbereich . . . . .                      | 91         |
| 5.3      | Umnummerierung des KRONECKER-Systems . . . . .                | 93         |
| 5.4      | Schnelle WALSH-Transformation . . . . .                       | 94         |
| 5.5      | Signalflußdiagramme . . . . .                                 | 99         |
| 5.6      | Zyklische und dyadische Faltung . . . . .                     | 103        |
| 5.6.1    | Zyklische Verschiebung . . . . .                              | 103        |
| 5.6.2    | Dyadische Verschiebung . . . . .                              | 104        |
| 5.6.3    | Dyadische Faltung . . . . .                                   | 105        |
| 5.6.4    | Faltungssatz für die diskrete WALSH-Transformation . . . . .  | 106        |
| <b>6</b> | <b>DIRAC-Distributionen</b>                                   | <b>111</b> |
| 6.1      | DIRAC-Distributionen . . . . .                                | 111        |
| 6.2      | DIRAC-Folgen . . . . .  | 121        |
| 6.3      | Periodische DIRAC-Distributionen und periodische DIRAC-Folgen | 124        |
| 6.4      | WALSH-DIRICHLET-Kern . . . . .                                | 129        |
| 6.5      | Endliche DIRAC-Impulse . . . . .                              | 133        |
| <b>7</b> | <b>Ableitungen und Differenzoperatoren</b>                    | <b>139</b> |
| 7.1      | Ableitungen der wal-Funktionen . . . . .                      | 139        |
| 7.2      | Differenzoperatoren . . . . .                                 | 142        |
| 7.3      | Differenzenquotienten . . . . .                               | 144        |
| 7.4      | Matrixoperatoren der Differenzenquotienten . . . . .          | 146        |
| 7.4.1    | Asymmetrischer Fall . . . . .                                 | 146        |
| 7.4.2    | Symmetrischer Fall . . . . .                                  | 148        |
| 7.5      | Zyklische Verschiebungsoperatoren . . . . .                   | 149        |
| 7.6      | Symmetrische Differenzenquotienten . . . . .                  | 152        |
| 7.7      | Sägezahnfunktion und Rechteckimpulse . . . . .                | 157        |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| <b>8</b>  | <b>Integrale und Summationsoperatoren</b>                 | <b>161</b> |
| 8.1       | Integrale der wal-Funktionen . . . . .                    | 161        |
| 8.2       | Integration von WF-Reihen . . . . .                       | 167        |
| 8.3       | Summationsoperatoren . . . . .                            | 171        |
| 8.4       | Einseitige Summationsoperatoren . . . . .                 | 174        |
| <b>9</b>  | <b>Verallgemeinerte WALSH-Funktionen</b>                  | <b>177</b> |
| 9.1       | Verallgemeinerte WALSH-Funktionen . . . . .               | 177        |
| 9.2       | Verallgemeinerung der binären Bilinearformen . . . . .    | 178        |
| 9.3       | WALSH-Funktionen für beliebige reelle Parameter . . . . . | 181        |
| 9.3.1     | Dyadisch rationale Sequenzparameter . . . . .             | 185        |
| 9.3.2     | Integration verallgemeinerter WALSH-Funktionen . . . . .  | 188        |
| 9.4       | WALSH-Reihen und WALSH-Integrale . . . . .                | 189        |
| 9.5       | Verallgemeinerte WALSH-Transformation . . . . .           | 191        |
| 9.5.1     | Berechnung der verallgemeinerten WALSH-Transformation     | 192        |
| 9.6       | Varianten der WALSH-Transformation . . . . .              | 194        |
| <b>10</b> | <b>Spezielle WALSH-Transformationen</b>                   | <b>197</b> |
| 10.1      | Transformation spezieller Impulsfolgen . . . . .          | 197        |
| 10.2      | Symmetrische Sequenzspektren . . . . .                    | 205        |
| 10.3      | Transformation periodischer Zeitfunktionen . . . . .      | 209        |
| 10.4      | Transformation kausaler Zeitfunktionen . . . . .          | 212        |
| <b>11</b> | <b>Dyadische Faltung</b>                                  | <b>217</b> |
| 11.1      | Dyadische Verschiebung . . . . .                          | 217        |
| 11.2      | Dyadische Faltung auf der reellen Achse . . . . .         | 220        |
| 11.3      | Dyadische Faltung periodischer Funktionen . . . . .       | 227        |
| 11.4      | Dyadische Faltungssätze . . . . .                         | 228        |
| 11.5      | Lineare dyadisch invariante Systeme . . . . .             | 233        |
| <b>12</b> | <b>Aus dem Umfeld der WALSH-Funktionen</b>                | <b>237</b> |
| 12.1      | Das Orthonormalsystem von HAAR . . . . .                  | 237        |
| 12.2      | Schnelle FOURIER-Transformation . . . . .                 | 242        |
| 12.3      | Translationsinvariante Transformationen . . . . .         | 245        |
| 12.4      | WALSH-Funktionen und Differenzenrechnung . . . . .        | 250        |
| 12.4.1    | Differenzgleichungen . . . . .                            | 250        |
| 12.4.2    | LAPLACE-Transformationen von Treppenfunktionen . . . . .  | 253        |
| 12.4.3    | MACLAURIN-Transformation . . . . .                        | 254        |
| 12.4.4    | LAPLACE-Transformationen der wal-Funktionen . . . . .     | 257        |
|           | <b>Lösungen der Aufgaben</b>                              | <b>259</b> |
|           | <b>Literaturverzeichnis</b>                               | <b>269</b> |