

# INHALT

## *Zeichnen und Rechnen*

<b>1.</b>	<b>Zahlen und Rechengesetze</b> .....	<b>19</b>
1.1.	Einleitung .....	19
1.2.	Der Gleichheitsbegriff .....	20
1.3.	Die natürlichen Zahlen .....	21
1.4.	Subtraktion der natürlichen Zahlen .....	22
1.5.	Die ganzen Zahlen .....	23
1.6.	Ordnungsbeziehung und Absolutbetrag .....	25
1.7.	Die Zahlengerade .....	27
1.8.	Division ganzer Zahlen .....	29
1.9.	Die rationalen Zahlen .....	31
1.10.	Die reellen Zahlen .....	35
1.11.	Summen und Produkte von endlich vielen reellen Zahlen .....	43
1.12.	Vollständige Induktion .....	45
1.13.	Zahlenfolgen und Zahlenmengen .....	46
1.14.	Das Dezimalsystem .....	56
1.15.	Dualsystem und Oktalsystem .....	63
1.16.	Das Potenzieren und dessen Umkehrungen .....	67
1.17.	Übungsaufgaben .....	70
1.18.	Literaturverzeichnis .....	71
<b>2.</b>	<b>Rechenhilfsmittel und Hinweise für die praktische Durchführung von Rechnungen</b> ...	<b>72</b>
2.1.	Allgemeines über das Rechnen .....	72
2.2.	Allgemeines über Rechenhilfsmittel .....	75
2.3.	Der Rechenschieber .....	76
2.4.	Tischrechenmaschinen .....	79
2.5.	Hinweise für das Addieren und Subtrahieren .....	84
2.6.	Hinweise für das Multiplizieren und Dividieren .....	85
2.6.1.	Multiplizieren .....	85
2.6.2.	Dividieren mit großer Genauigkeit .....	86
2.6.3.	Division mit großstelligem Zähler .....	88
2.6.4.	Division mit großstelligem Nenner .....	88
2.6.5.	Verschiedene Maschinentricks .....	90
2.7.	Hinweise für das Potenzieren .....	93
2.8.	Hinweise für das Radizieren .....	93
2.8.1.	Schriftliche Berechnung von Quadratwurzeln, wenn keine Rechenmaschine zur Verfügung steht .....	94
2.8.2.	Berechnung der Quadratwurzel mit Hilfe einer Tischrechenmaschine .....	94
2.8.3.	Iterationsverfahren .....	95
2.9.	Hinweise für das logarithmische Rechnen .....	97
2.10.	Die Quersummenprobe .....	98
2.11.	Der binomische Lehrsatz .....	100
2.12.	Genähertes Rechnen .....	101
2.13.	Übungsaufgaben .....	105
2.14.	Literaturverzeichnis .....	105

<b>3.</b>	<b>Funktionen</b> .....	106
3.1.	Der Funktionsbegriff .....	106
3.2.	Reelle Funktionen einer reellen Veränderlichen .....	109
3.3.	Ganze rationale Funktionen .....	114
3.4.	Gebrochene rationale Funktionen .....	117
3.5.	Trigonometrische Funktionen .....	119
3.5.1.	Die Winkelfunktionen .....	119
3.5.2.	Trigonometrische Funktionen als reelle Funktionen .....	121
3.5.3.	Die Arkusfunktionen .....	124
3.6.	Die Exponentialfunktion .....	125
3.6.1.	Die gewöhnliche Exponentialfunktion .....	125
3.6.2.	Die hyperbolischen Funktionen .....	126
3.6.3.	Die Areafunktionen .....	128
3.7.	Algebraische Funktionen .....	128
3.8.	Tabellen .....	129
3.9.	Interpolation bei Funktionen einer Veränderlichen .....	132
3.10.	Interpolation bei Funktionen zweier Veränderlicher .....	136
3.11.	Fehlerfortpflanzung in Differenzenreihen .....	140
3.12.	Übungsaufgaben .....	144
3.13.	Literaturverzeichnis .....	146
<b>4.</b>	<b>Rüstzeug zur Herstellung graphischer Darstellungen</b> .....	147
4.1.	Einleitung .....	147
4.2.	Zeichengeräte .....	147
4.2.1.	Reißzeug .....	147
4.2.2.	Zeichenbrett und Zubehör .....	152
4.2.3.	Zeichenmaschine .....	155
4.2.4.	Zeichenstifte, Farbstifte, Tusche .....	155
4.2.5.	Zeichen- und Schreibfedern, Schriftschablonen, Tuschefüllhalter .....	157
4.3.	Der Zeichenbogen .....	158
4.3.1.	Papiersorten .....	159
4.3.2.	Formatgrößen .....	161
4.4.	Die Zeichnung .....	162
4.4.1.	Technische Darstellung eines Gegenstandes .....	162
4.4.2.	Maßeintragung, Maßstab .....	165
4.4.3.	Graphische Darstellungen .....	168
4.4.4.	Beschriftungen .....	170
4.4.5.	Benennung, Benummerung und Änderung zeichnerischer Unterlagen .....	173
4.5.	Vervielfältigungen .....	174
4.5.1.	Lichtpausen .....	175
4.5.2.	Zeichnungen für Druckzwecke .....	176
4.5.3.	Zeichnungen für Diapositive .....	178
4.6.	Übungen .....	180
4.6.1.	Zeichenübungen .....	180
4.6.2.	Schriftübungen .....	183
4.7.	Übersicht über wichtige Normen .....	185
<b>5.</b>	<b>Darstellende Geometrie</b> .....	186
5.1.	Senkrechte Parallelprojektion auf eine Tafel (Eintafelprojektion) .....	187
5.1.1.	Punkt und Gerade .....	187
5.1.2.	Zwei Geraden im Raum .....	190
5.1.3.	Die Ebene im Raum .....	192
5.1.4.	Schnitt einer Ebene mit einer Geraden .....	195
5.1.5.	Wahre Gestalt von ebenen Figuren im Raum .....	196

5.1.6.	Die Abbildung des Kreises .....	199
5.1.7.	Ellipsenkonstruktionen .....	200
5.1.7.1.	Gärtnerkonstruktion .....	200
5.1.7.2.	Papierstreifenkonstruktion .....	200
5.1.7.3.	Verwendung von Krümmungskreisen .....	201
5.1.7.4.	Konstruktion einer Ellipse aus einer Achse und einem Punkt .....	202
5.1.7.5.	Konstruktion der Achsen einer Ellipse, wenn zwei konjugierte Durchmesser (siehe 10.5.9.) vorliegen .....	203
5.1.8.	Böschungen .....	203
5.2.	Senkrechte Parallelprojektion auf zwei Tafeln (Zweitafelprojektion) .....	205
5.2.1.	Grund- und Aufriß eines Punktes .....	205
5.2.2.	Die Gerade im Raum .....	207
5.2.3.	Zwei Geraden im Raum .....	209
5.2.4.	Darstellung von Ebenen .....	210
5.2.5.	Darstellung von Körpern .....	214
5.2.6.	Schattenkonstruktionen .....	216
5.3.	Schrägbild .....	220
5.4.	Zentralprojektion .....	222
5.5.	Übungsaufgaben .....	225
5.5.1.	Aufgaben zu 5.1. ....	225
5.5.2.	Aufgaben zu 5.2. ....	226
5.6.	Literaturverzeichnis .....	226
 <i>Mathematischer Vorkurs</i>		
6.	<b>Kombinatorik</b> .....	227
6.1.	Permutationen .....	227
6.1.1.	Erklärungen .....	227
6.1.2.	Die Anzahl der Permutationen von $n$ Elementen .....	229
6.1.3.	Gerade und ungerade Permutationen .....	231
6.1.4.	Das Produkt von Permutationen .....	233
6.1.5.	Inverse Permutationen .....	236
6.1.6.	Der Gruppenbegriff .....	237
6.2.	Kombinationen und Variationen .....	245
6.2.1.	Kombinationen .....	245
6.2.2.	Variationen .....	251
6.3.	Übungsaufgaben .....	252
6.4.	Literaturverzeichnis .....	253
7.	<b>Lineare Algebra</b> .....	254
7.1.	Determinanten .....	254
7.1.1.	Der Determinantenbegriff .....	254
7.1.2.	Eigenschaften von Determinanten .....	257
7.1.3.	Verfahren zur Berechnung von Determinanten .....	263
7.2.	Matrizen .....	273
7.2.1.	Bezeichnungen .....	273
7.2.2.	Gleichheit von Matrizen .....	275
7.2.3.	Addition von Matrizen .....	276
7.2.4.	Multiplikation von Matrizen .....	277
7.2.5.	Division von Matrizen .....	281
7.2.6.	Orthogonale Matrizen .....	284
7.2.7.	Der Rang einer Matrix .....	285
7.2.8.	Die charakteristischen Zahlen einer Matrix .....	289
7.3.	Systeme von $m$ linearen Gleichungen mit $n$ Unbekannten .....	293
7.3.1.	Auflösung mit Hilfe von Determinanten .....	293

7.3.1.1.	Zusammenhang zwischen homogenen und inhomogenen Systemen .....	293
7.3.1.2.	Die Cramersche Regel .....	294
7.3.1.3.	Lineare Abhängigkeit .....	296
7.3.1.4.	Homogene Systeme .....	301
7.3.1.5.	Inhomogene Systeme .....	309
7.3.2.	Der Gaußsche Algorithmus .....	314
7.3.3.	Iterationsverfahren .....	318
7.4.	Übungsaufgaben .....	322
7.5.	Literaturverzeichnis .....	324
<b>8.</b>	<b>Vektorrechnung</b> .....	<b>325</b>
8.1.	Anschauliche Vektorrechnung .....	325
8.1.1.	Rechtwinklige kartesische Koordinatensysteme .....	325
8.1.2.	Definition des Vektors .....	330
8.1.3.	Multiplikation von Skalar und Vektor .....	336
8.1.4.	Addition von Vektoren .....	337
8.1.5.	Lineare Abhängigkeit von Vektoren .....	340
8.1.6.	Das skalare Produkt .....	345
8.1.7.	Das vektorielle Produkt .....	348
8.1.8.	Das Spatprodukt .....	351
8.1.9.	Weitere zusammengesetzte Produkte .....	353
8.1.10.	Einige Bemerkungen zum Vektorbegriff .....	354
8.2.	Der abstrakte Vektorraum .....	356
8.3.	Der Tensorbegriff .....	363
8.4.	Übungsaufgaben .....	372
8.5.	Literaturverzeichnis .....	374
<b>9.</b>	<b>Trigonometrie</b> .....	<b>375</b>
9.1.	Die trigonometrischen Funktionen .....	375
9.1.1.	Definition der trigonometrischen Funktionen .....	375
9.1.2.	Haupteigenschaften .....	376
9.1.3.	Die Additionstheoreme .....	380
9.2.	Ebene Trigonometrie .....	382
9.2.1.	Sinus- und Kosinussatz .....	382
9.2.2.	Das rechtwinklige Dreieck .....	384
9.2.3.	Die Dreiecksungleichungen .....	385
9.2.4.	Die Grundaufgaben .....	386
9.2.5.	Halbwinkel- und Tangenssatz .....	388
9.2.6.	Der Flächeninhalt von Dreiecken .....	390
9.3.	Sphärische Trigonometrie .....	390
9.3.1.	Einführung .....	390
9.3.2.	Der Flächeninhalt sphärischer Dreiecke .....	392
9.3.3.	Die Kosinussätze und das Polarprinzip .....	394
9.3.4.	Der Sinussatz .....	397
9.3.5.	Rechtwinklige sphärische Dreiecke .....	398
9.3.6.	Ungleichungen für sphärische Dreiecke .....	400
9.3.7.	Halbwinkel- und Halbseitensatz .....	403
9.3.8.	Die Neperschen Analogien .....	405
9.3.9.	Berechnung sphärischer Dreiecke .....	407
9.4.	Übungsaufgaben .....	407
9.5.	Literaturverzeichnis .....	408
<b>10.</b>	<b>Analytische Geometrie</b> .....	<b>409</b>
10.1.	Koordinatensysteme .....	409

10.1.1.	Koordinatensysteme in der Ebene .....	409
10.1.2.	Koordinatensysteme im Raum .....	412
10.2.	Die Gerade .....	414
10.2.1.	Die Parameterdarstellung .....	414
10.2.2.	Die allgemeine Gleichung der Geraden in der Ebene .....	416
10.2.3.	Spezielle Formen der Gleichung einer Geraden in der Ebene .....	417
10.2.4.	Die Hessesche Normalform .....	419
10.2.5.	Winkel zwischen zwei Geraden .....	423
10.3.	Die Ebene .....	426
10.3.1.	Die Parameterdarstellung .....	426
10.3.2.	Die allgemeine Gleichung .....	427
10.3.3.	Die Hessesche Normalform .....	429
10.3.4.	Winkel zwischen zwei Ebenen .....	430
10.4.	Kreis und Kugel .....	434
10.4.1.	Die Gleichungen für Kugel und Kreis .....	434
10.4.2.	Die Gleichung der Kreistangente .....	435
10.5.	Ellipse, Hyperbel und Parabel .....	436
10.5.1.	Die Ellipse .....	436
10.5.2.	Die Hyperbel .....	438
10.5.3.	Die Parabel .....	439
10.5.4.	Gemeinsame Definition für Ellipse, Hyperbel und Parabel .....	441
10.5.5.	Die Scheitelgleichung .....	443
10.5.6.	Die Polargleichung .....	445
10.5.7.	Die Tangentengleichungen .....	447
10.5.8.	Die Asymptoten der Hyperbel .....	448
10.5.9.	Konjugierte Durchmesser .....	448
10.6.	Die allgemeine Gleichung zweiten Grades zwischen zwei Veränderlichen .....	451
10.6.1.	Transformation der Gleichungen für Ellipse, Hyperbel und Parabel .....	451
10.6.2.	Die algebraischen Kurven zweiter Ordnung .....	453
10.7.	Die algebraischen Flächen zweiter Ordnung .....	457
10.8.	Metrische, affine und projektive Betrachtungen .....	461
10.8.1.	Hauptachsentransformation .....	461
10.8.2.	Metrische Klassifikation der Kurven zweiter Ordnung .....	463
10.8.3.	Affine Klassifikation der Kurven zweiter Ordnung .....	465
10.8.4.	Projektive Koordinaten .....	466
10.8.5.	Pol und Polare .....	472
10.8.6.	Projektive Klassifikation der Kurven und Flächen zweiter Ordnung .....	474
10.8.7.	Affine Betrachtungen .....	475
10.8.8.	Kleins Erlanger Programm .....	477
10.9.	Übungsaufgaben .....	477
10.10.	Literaturverzeichnis .....	479
<b>11.</b>	<b>Komplexe Zahlen .....</b>	<b>480</b>
11.1.	Einleitung .....	480
11.2.	Die Grundgesetze der Arithmetik für die komplexen Zahlen .....	480
11.2.1.	Grundgesetze der Gleichheit .....	480
11.2.2.	Grundgesetze der Addition .....	482
11.2.3.	Grundgesetz der Subtraktion .....	482
11.2.4.	Grundgesetze der Multiplikation .....	482
11.2.5.	Grundgesetz der Division .....	484
11.3.	Verschiedene Darstellungen für komplexe Zahlen .....	485
11.3.1.	Das System der komplexen Zahlen als Erweiterung des Systems der reellen Zahlen .....	485
11.3.2.	Die trigonometrische Darstellung der komplexen Zahlen .....	487

11.3.3.	Die geometrische Veranschaulichung der vier Grundrechenarten mit komplexen Zahlen .....	489
11.3.4.	Das Rechnen mit Beträgen .....	491
11.4.	Potenzen und Wurzeln .....	491
11.4.1.	Potenzen mit ganzzahligen Exponenten .....	491
11.4.2.	Die Moivreschen Formeln .....	492
11.4.3.	Wurzeln von komplexen Zahlen .....	493
11.4.4.	Die Kreisteilungsgleichung .....	496
11.4.5.	Die Potenz mit beliebigem reellen Exponenten .....	497
11.5.	Einige Anwendungen .....	498
11.5.1.	Aufspaltung in Real- und Imaginärteil .....	498
11.5.2.	Rechnen mit konjugierten Größen .....	499
11.5.3.	Das Horner'sche Schema im Fall komplexer Argumentwerte .....	500
11.5.4.	Algebraische Gleichungen .....	501
11.5.5.	Die Partialbruchzerlegung rationaler Funktionen .....	510
11.6.	Übungsaufgaben .....	523
11.7.	Literaturverzeichnis .....	524
<b>12.</b>	<b>Nomographie</b> .....	<b>525</b>
12.1.	Einleitung .....	525
12.2.	Allgemeiner Überblick .....	525
12.3.	Nomographische Darstellung von Funktionen vom Additionstyp .....	526
12.3.1.	Additions- und Subtraktionstabellen .....	526
12.3.2.	Dualität zwischen Netztafel und Fluchtlinientafel .....	528
12.3.3.	Fluchtlinientafel mit drei parallelen Trägern, Schlüsselgleichung, Skalengleichungen	531
12.3.4.	Beispiel, Überlagerung von Nomogrammen, Doppelleiter .....	533
12.3.5.	Fluchtlinientafel mit drei geradlinigen Trägern durch einen Punkt, Schlüsselgleichung, Trägergleichungen, Beispiele .....	536
12.4.	Nomogramme vom Multiplikationstyp .....	543
12.4.1.	Hyperbeltafel, Strahlentafel, Verstreckung, Darstellung durch Tafel mit geraden Trägern .....	543
12.4.2.	Konstruktion logarithmischer Einheiten .....	546
12.4.3.	Duale Übertragung der Strahlentafel, das $N$ -Nomogramm, Schlüsselgleichung, Skalengleichungen .....	548
12.4.4.	Beispiel .....	551
12.4.5.	Beeinflussung der Trägergleichungen durch geeignete Maßnahmen .....	552
12.4.6.	Verzifferung der Skalen zur Erweiterung der Bereiche .....	554
12.5.	Nomogramme mit beliebig gestalteten Trägern .....	555
12.5.1.	Massausche Bedingungen, Soreausche Determinante .....	555
12.5.2.	Nomogramme mit zwei parallelen Trägern, Schlüsselgleichung, Skalengleichungen	557
12.5.3.	Beispiel .....	561
12.5.4.	Projektive Transformation .....	563
12.5.5.	Erweiterung zur Darstellung von mehr als drei Variablen .....	565
12.5.6.	Nomogramme mit zwei aufeinander senkrecht stehenden Trägern, Schlüsselgleichungen, Skalengleichungen .....	567
12.5.7.	Beispiele .....	568
12.5.8.	Leitertafeln mit einem geradlinigen Träger, Schlüsselgleichung, Skalengleichungen	570
12.5.9.	Beispiel .....	571
12.6.	Kegelschnittnomogramme .....	573
12.6.1.	Schlüsselgleichung, Skalengleichungen .....	573
12.6.2.	Konstruktion der Skalen auf einem vorgegebenen Kegelschnitt .....	574
12.6.3.	Darstellung von Additions- und Multiplikationstypen .....	575
12.6.4.	Beispiele .....	576
12.7.	Genauigkeitsbetrachtungen bei Anwendung von Nomogrammen .....	578

12.7.1.	Ursachen von Fehlablesungen .....	578
12.7.2.	Ablesefehler an Funktionsskalen .....	579
12.7.3.	Fehlerbetrachtungen an einer Leitertafel mit parallelen Trägern .....	581
12.8.	Verstreckung von Kurven und Kurvenscharen .....	583
12.8.1.	Darstellung über $y/x$ als Ordinate .....	583
12.8.2.	Verstreckung durch Funktionsnetze .....	584
12.8.3.	Das Potenzpapier .....	585
12.8.4.	Das Exponentialpapier .....	587
12.8.5.	Die projektiven Funktionsnetze nach FISCHER .....	589
12.9.	Spezialrechenschieber .....	590
12.9.1.	Konstruktionsprinzip, Ausführungsarten, Schlüsselgleichung .....	590
12.9.2.	Der normale Rechenschieber .....	590
12.9.3.	Spezialrechenschieber, gegenläufige Teilung, Erweiterung auf mehr als drei Veränderliche .....	591
12.10.	Übungsaufgaben .....	591
12.11.	Literaturverzeichnis .....	593
	Inhalt des zweiten Bandes .....	595
	Inhalt des dritten Bandes .....	598
	Namen- und Sachverzeichnis .....	601