

Dipl.-Ing. Thomas Scheel, Aachen

**Integrale Ljapunov-
Funktionen zur
rechnergestützten
Stabilitätsanalyse
nichtlinearer zeitdiskreter
Regelungssysteme**

Reihe **8**: Meß-, Steuerungs-
und Regelungstechnik

Nr. **618**

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Stabilitätsanalyse einer Klasse zeitdiskreter nichtlinearer Systeme	5
2.1	Betrachtete Systemklasse	5
2.2	Das Stabilitätsproblem	7
2.3	Die direkte Methode von Ljapunov	8
2.4	Zielsetzung	9
3	Ein Überblick über bekannte Stabilitätsanalyseverfahren	10
3.1	Ljapunov-basierte Verfahren	10
3.2	Stabilitätsanalyse zeitdiskreter Systeme	11
3.2.1	Nachweis der absoluten Stabilität	11
3.2.2	Die Methode der konvexen Zerlegung	13
3.2.3	Cell to cell mapping	14
3.3	Stabilitätsanalyse zeitkontinuierlicher Systeme	15
3.3.1	Nachweis der absoluten Stabilität	15
3.3.2	Analyse der Hyperstabilität	17
3.3.3	Methode der harmonischen Balance	18
3.3.4	Stabilitätsanalyse mit Facettenfunktionen	20
4	Die Integrale Ljapunov-Funktion	22
4.1	Gütesummen als Ljapunov-Funktionen	22
4.2	Der Ansatz der Integralen Ljapunov-Funktion	23
4.3	Ljapunov-Gebiete der Integralen Ljapunov-Funktion	27
4.4	Die Integrale Ljapunov-Funktion für kontinuierliche Systeme	30
5	Entwurf von Integralen Ljapunov-Funktionen für lineare Systeme	32
5.1	Motivation für die Betrachtung linearer Systeme	32
5.2	Mathematische Analyse der Integralen Ljapunov-Funktion	33
5.2.1	Die g -Parametrisierung der Integralen Ljapunov-Funktion	33
5.2.2	Hermitesche Formen zur Berechnung der Integralen Ljapunov-Funktion und ihrer Vorwärtsdifferenz	35
5.2.3	Sicherstellung der Ljapunov-Eigenschaften	37
5.2.4	Die Determinantenkriterien	38
5.3	Entwurf auf Basis des vereinfachten Determinantenkriteriums	44

5.4	Entwurf durch Maximierung der Vorwärtsdifferenz	49
5.4.1	Formulierung einer Optimierungsaufgabe	49
5.4.2	Entwurf für Systeme zweiter Ordnung.....	52
5.4.3	Entwurf für Systeme beliebiger Ordnung	56
6	Numerische Berechnung der Integralen Ljapunov-Funktion	60
6.1	Systemvoraussetzungen	60
6.2	Das Berechnungsverfahren.....	61
6.3	Vereinfachte Abbildung eines spatförmigen Gebietes.....	62
6.3.1	Lineare Abbildung der Spate	64
6.3.2	Linearisierung der Nichtlinearität	65
6.3.3	Spatförmige Umfassung der exakten Abbildung	67
6.4	Schranken der Integralen Ljapunov-Funktion	69
7	Stabilitätsnachweis	71
7.1	Die $G_{H,N}$ -Stabilität.....	71
7.2	Ein Stabilitätskriterium für Ljapunov-Funktionen mit Unsicherheiten.....	72
7.3	Rechnergestützte Stabilitätsanalyse.....	76
7.4	Stabilitätsanalyse für ein Kontinuum von Führungsgrößen.....	78
7.5	Stabilitätsanalyse für gestörte Systeme	80
8	Anwendungsbeispiele	82
8.1	Inverse van der Polsche Differentialgleichung	82
8.2	Zustandsregelung einer Verladebrücke.....	88
8.3	Fuzzy-geregelte Antennenpositionierung.....	93
8.4	Fuzzy-geregeltes Stellventil.....	103
9	Zusammenfassung und Ausblick	107
A	Berechnung einer verallgemeinerten Vandermondeschen Determinante	111
B	Kennfelder der behandelten Fuzzy-Regler	113
C	Programmablaufpläne	115
	Literaturverzeichnis	119