

Technische Mechanik im Bauwesen

Grundlagen der Statik und Kinetik

Prof. Dr.-Ing. habil. Günter Clemens

Werner-Verlag

Inhalt

	Formelzeichen	XIV
1	Grundmodelle	1
1.1	Der Grundalgorithmus der Modellbildung	2
1.2	Das Rechenmodell	4
1.2.1	Modellelemente	4
1.2.2	Freischneiden, Grundforderung der Modellbildung	5
1.2.3	Erstarrungsprozeß	7
1.3	Die Einzelkraft im Raum	9
1.3.1	Das Modell Einzelkraft	9
1.3.2	Die Bestimmungsstücke der Einzelkraft	10
1.3.3	Das statische Moment einer Einzelkraft	15
1.3.3.1	Das statische Moment bei Vorgabe eines Drehpunktes	15
1.3.3.2	Das statische Moment bei Vorgabe einer Drehachse	17
1.4	Die Einzelkraft in der Ebene	20
1.4.1	Die Bestimmungsstücke der Einzelkraft	20
1.4.2	Das statische Moment der Einzelkraft	21
1.5	Das Kräftepaar	24
2	Die Grundaufgaben für Kräftescharen	27
2.1	Definition von Äquivalenz und Gleichgewicht	28
2.2	Die Reduktionsaufgabe	29
2.2.1	Das Additionsgesetz für Kräfte	29
2.2.2	Das Additionsgesetz für Momente	35
2.2.3	Die Parallelversetzung einer Kraft	36
2.2.4	Reduktion auf einen festen Reduktionspunkt	37
2.2.5	Reduktion auf eine Dynamie	39
2.3	Äquivalenz- bzw. Gleichgewichtsgleichungen	43
2.3.1	Kräfte im Raum	43
2.3.2	Kräfte in der Ebene	44
2.3.3	Das Superpositionsprinzip	45
2.4	Die Disduktionsaufgabe	47
2.4.1	Formulierung der Aufgabe für Kräfte im Raum	47
2.4.2	Spezielle Lösungen für Kräfte im Raum	50
2.4.3	Formulierung der Aufgabe für Kräfte in der Ebene	51
2.4.4	Spezielle Lösungen für Kräfte in der Ebene	52
2.4.4.1	Je zwei Disduktionsgeraden schneiden sich	52
2.4.4.2	Zwei Disduktionsgeraden laufen parallel	55
2.4.5	Graphische Lösung für die allgemeine ebene Kräfteschar	57
3	Stetig verteilte Kräfte	59
3.1	Beschreibung und Reduktion der Kraftfelder	60
3.1.1	Raumkraftfelder	60
3.1.2	Flächenkraftfelder	61
3.1.3	Linienkraftfelder	64
3.2	Schwerpunkt	66
3.2.1	Schwerkraft und Körperschwerpunkt	66
3.2.2	Volumen-, Flächen-, Linienschwerpunkt	69
3.2.2.1	Schwerpunkt eines Volumens	69
3.2.2.2	Schwerpunkt einer Fläche	69

3.2.2.3	Schwerpunkt einer Linie	70
3.3	Schwerpunktlasten für Streckenlasten	71
3.4	Approximation von Linienlasten	74
3.4.1	Grundlagen	74
3.4.2	Schwerpunktlasten bei Trapezannäherung	75
3.4.3	Knotenlasten bei Trapezannäherung	76
3.4.4	Knotenlasten bei Parabelannäherung	77
4	Stützreaktionen	79
4.1	Kinematisch starre Stützung im Raum	80
4.2	Stützkräfte eines durch Gelenkstäbe gestützten Körpers	82
4.3	Kinematisch starre Stützung in der Ebene	89
4.3.1	Bindungselemente	89
4.3.2	Grundmodelle für kinematisch starre Stützung in der Ebene	91
4.4	Berechnung der Stützreaktionen bei kinematisch starrer Stützung in der Ebene	93
4.4.1	Ein zweiwertiges und ein einwertiges Lager	93
4.4.2	Drei einwertige Lager	98
4.4.3	Ein dreiwertiges Lager (Einspannung)	101
4.4.4	Beispiele zur Übung	103
5	Schnittreaktionen an Stabtragwerken	107
5.1	Der Grundalgorithmus Schnittreaktionen	108
5.1.2	Stabtragwerke im Raum	108
5.1.2	Ebene Stabtragwerke unter ebener Belastung	111
5.2	Zustandsfunktionen der Schnittreaktionen	114
5.3	Rekursive Bestimmung der Zustandsfunktionen	117
5.3.1	Der Algorithmus	117
5.3.2	Bereichsvorschriften für gerade Stababschnitte	123
5.3.2.1	Differentielle Beziehungen	123
5.3.2.2	Integrale Lösung für belastete Bereiche	125
5.3.2.3	Einfache Schnittmethode für belastete Bereiche	127
5.3.2.3.1	Unbelasteter Bereich	127
5.3.2.3.2	Bereich mit konstanter Streckenlast	127
5.3.2.3.3	Bereich mit Dreieckslast senkrecht zur Stabachse	129
5.3.2.3.4	Bereich mit beliebiger Belastung	131
5.3.2.4	Verwendung von Elementarlösungen	132
5.3.2.4.1	Methode und Algorithmus	132
5.3.2.4.2	Bereitstellung der Elementarlösungen	135
5.3.3	Vorschriften für schräg stehende Stababschnitte	137
5.3.4	Vorschriften für stetig gekrümmte Stababschnitte	142
5.4	Beispiele: Berechnung von Zustandsfunktionen	146
6	Dreigelenksysteme	159
6.1	Berechnung der Stütz- und der Verbindungskräfte	160
6.1.1	Allgemeiner Ansatz	160
6.1.2	Entkoppelung der Ansatzgleichungen	163
6.2	Beispiele: Stützkräfte und Schnittreaktionen	166
6.3	Dreigelenkrahmen mit Zugband	174
6.4	Die Stützlinie eines Bogentragwerkes	176
7	Gelenkträger	179
7.1	Struktur eines Gelenkträgers	180

7.2	Modellbildung und Modellanalyse	182
7.3	Beispiele	185
8	Allgemeine Scheibenketten und Knotenketten	189
8.1	Struktur, Modellbildung Modellanalyse	190
8.2	Vereinfachung der Modellanalyse für Scheibenketten	196
8.2.1	Grundsätze	196
8.2.2	Beispiele	198
9	Statisch bestimmte ebene Fachwerke	203
9.1	Aufbau und Bildungsgesetze für das ideale Fachwerk	204
9.2	Das Knotenschnittverfahren für ebene Fachwerke	207
9.2.1	Analytische Lösung	207
9.2.2	Unbelastete vierstellige Knoten, Nullstäbe	210
9.2.3	Graphische Lösung: Cremonaplan	212
9.3	Das Tragwerkschnittverfahren für ebene Fachwerke	216
10	Statisch bestimmte räumliche Fachwerke	221
10.1	Bildungsgesetze und allgemeine Lösungsansätze	222
10.2	Schwedlerkuppel und Turmdach	226
10.3	Kantenkräfte	228
11	Unverzweigte ebene Knotenketten	233
11.1	Die durch vertikale Kräfte belastete Knotenkette	234
11.1.1	Berechnung der Stützkkräfte	234
11.1.1.1	Die Stützpunkte und ein weiterer Punkt sind gegeben	234
11.1.1.2	Die Stützpunkte und die Kraft H sind gegeben	236
11.1.1.3	Die Stützpunkte und die maximale Stabkraft sind gegeben	236
11.1.2	Berechnung der Gleichgewichtsfigur	236
11.1.2.1	Die Momentenformel	236
11.1.2.2	Die Differenzgleichung des Seilecks	237
11.1.3	Berechnung der Stabkräfte	238
11.1.4	Beispiele	239
11.2	Versteifte ebene Knotenketten	242
11.2.1	Hängewerk, Sprengewerk	242
11.2.2	Unterspannter Träger, überspannter Träger	248
11.2.3	Berechnung durch Bindungstausch	249
12	Biegeschlaffe Seile unter vertikaler Belastung	253
12.1	Die Gleichgewichtsfigur des belasteten Seilabschnittes	254
12.1.1	Die Differentialgleichung der Seilkurve	254
12.1.2	Lösung für konstante Streckenlast	255
12.1.3	Lösung für Eigenlast	257
12.2	Flach gespannte Seile unter vertikaler Belastung	259
12.2.1	Bereitstellung der Formeln	260
12.2.2	Stützkkräfte	262
12.2.2.1	Zusätzliche Bestimmungsstücke: zc. H oder maxS	262
12.2.2.2	Zusätzliches Bestimmungsstück: Seillänge	262
12.3	Beispiele	265
13	Reibung	269
13.1	Das Reibungsgesetz für trockene Reibung	270

13.2	Seilreibung	277
14	Kinematik	281
14.1	Bewegung eines Punktes auf einer Geraden	282
14.1.1	Die kinematischen Funktionen	282
14.1.2	Lösungen der kinematischen Grundaufgabe	283
14.1.2.1	Beschleunigung unmittelbar zeitabhängig	283
14.1.2.2	Beschleunigung linear abhängig von der Geschwindigkeit	285
14.1.2.3	Beschleunigung linear abhängig vom Weg	287
14.2	Bewegung eines Punktes auf beliebiger ebener Bahn	288
14.2.1	Beschreibung in einem ruhenden Koordinatensystem	288
14.2.2	Beschreibung im mitgeführten Koordinatensystem	289
14.2.3	Kreisbewegung	291
14.3	Ebene Bewegung des starren Körpers	293
15	Kinetische Grundgesetze und Grundmodelle	297
15.1	Translation	298
15.1.1	Das Grundgesetz der Translation	298
15.1.2	Der Impulssatz	301
15.1.3	Erweiterung auf Massenpunkthaufen	302
15.1.4	Beispiele	304
15.2	Rotation um eine feste Achse	309
15.2.1	Das Massenträgheitsmoment	309
15.2.2	Das Impulsmoment	314
15.2.3	Das Grundgesetz der Rotation und der Impulsmomentsatz	315
15.2.3.1	Formulierung für ein raumfestes Koordinatensystem	315
15.2.3.2	Formulierung für ein körperfestes Koordinatensystem	317
15.2.4	Beispiele	318
16	Arbeitssatz, Energiesatz, Prinzip der virtuellen Arbeit	327
16.1	Arbeit und Leistung	328
16.1.1	Die mechanische Arbeit	328
16.1.2	Die mechanische Leistung	330
16.2	Kinetische Energie, der Arbeitssatz	331
16.3	Potentielle Energie, der Energiesatz	333
16.4	Beispiele	335
16.5	Das Prinzip der virtuellen Arbeit	339
16.5.1	Virtuelle Bewegung	339
16.5.2	Virtuelle Arbeit, Formulierung des Prinzips der virtuellen Arbeit	339
16.5.3	Beispiele: Ebene Systeme mit einem Freiheitsgrad	341
17	Stoß	345
17.1	Gerader zentrischer Stoß	346
17.1.1	Die Stoßformeln	346
17.1.2	Beispiele zum geraden zentrischen Stoß	348
17.2	Gerader exzentrischer Stoß	355
18	Schwingungen	357
18.1	Schwingung und Schwinger	358
18.2	Freie ungedämpfte lineare Einmassenschwinger, $f=1$	361
18.2.1	Die Differentialgleichung und ihre Lösung	361
18.2.2	Federschwinger	362

18.2.2.1	Federschwinger ohne Berücksichtigung der Federmasse	362
18.2.2.2	Berücksichtigung der Federmasse, Anwendung des Energiesatzes	364
18.2.2.3	Schwingungserregung durch Veränderung der Nullage	365
18.2.3	Schwereschwinger	367
18.2.3.1	Körperpendel und Fadenpendel	367
18.2.4	Beispiele	368
18.3	Freie gedämpfte lineare Einmasseschwinger, $f = 1$	372
18.3.1	Dämpfung mit konstanter Reibungskraft	372
18.3.2	Dämpfung mit geschwindigkeitsproportionaler Dämpfungskraft	373
18.4	Erzwungene Schwingung linearer Einmasseschwinger, $f = 1$	378
18.4.1	Die Differentialgleichung und ihre Lösung	378
18.4.1.1	Erregung mit konstanter Kraftamplitude: Krafterregung	378
18.4.1.2	Erregung mit veränderlicher Kraftamplitude: Unwuchterregung	379
18.4.1.3	Erregung durch Bewegung der Fußpunkte: Stützerregung	380
18.4.2	Diskussion der stationären erzwungenen Schwingung	380
18.4.2.1	Verstärkungsverhältnis bei Krafterregung	381
18.4.2.2	Verstärkungsverhältnis bei Unwuchterregung	382
18.4.2.3	Verstärkungsverhältnis bei Stützerregung	383
18.4.2.4	Diskussion der Phasenlage	384
18.4.3	Der Grenzfall: Erzwungene Schwingung des ungedämpften Systems	384
18.4.4	Schwingungsabwehr	386
18.5	Schwinger mit zwei Freiheitsgraden ($f = 2$)	390
18.5.1	Ungedämpfte Eigenschwingungen	390
18.5.1.1	Die Differentialgleichung und ihre Lösung	390
18.5.1.2	Beispiele	393
18.5.2	Ungedämpfte erzwungene Schwingung	400
18.5.2.1	Die stationäre Lösung	400
18.5.2.2	Ungedämpfter Schwingungstilger	401
	Stichworte	403
	Literatur	409