FORTSCHRITT-BERICHTE VDI

Dr.-Ing. Holger Boche, Berlin
Dipl.-Ing. Marcus Protzmann, Dresden

Nichtäquidistante Abtastung bandbegrenzter Signale und deren Rekonstruktion

Reihe **10**: Informatik/
Kommunikationstechnik Nr. **440**

VDI VERLAG

Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkung 1

1 Einführung 3
1.1 Begriffe . . . 3
1.2 Die Hilbert-Transformation . . . 8
1.2.1 Definition und Eigenschaften . . . 8
1.2.2 Die Hilbert-Transformation im Raum $\mathbf{W}_\alpha$ . . . 11
1.2.3 Anwendungen . . . 12
1.3 Eindeutigkeits- und Stabilitätsfragen im Raum $\mathbf{W}_\alpha$ . . . 13
1.4 Ein diskretes Modell des Raumes $\mathbf{W}_\alpha$ . . . 18

2 Der neuartige Algorithmus 21
2.1 Einführung . . . 21
2.2 Der neue Algorithmus . . . 21
2.2.1 Vorstellung des Algorithmus . . . 21
2.2.2 Regularität und positive Definitheit der Matrix . . . 22
2.2.3 Die Konvergenz des Algorithmus . . . 24
2.2.4 Eigenschaften der Approximierenden . . . 28
2.2.5 Ein Abbruchkriterium . . . 29
2.2.6 Maximale Konvergenzgeschwindigkeit . . . 29
2.2.7 Ein numerisches Beispiel . . . 29
2.3 Die Approximation der Hilbert-Transformierten . . . 31
2.3.1 Die Konvergenz der konjugierten Reihe . . . 31
2.3.2 Ein numerisches Beispiel . . . 32
2.4 Die Stabilitätseigenschaften des Algorithmus . . . 36
2.4.1 Stabilitätseigenschaften bei idealer Rechnung . . . 36
2.4.2 Fehlerbetrachtung bei realer Rechnung . . . 37
2.4.3 Schlußfolgerungen . . . 46
2.5 Anwendungen des Algorithmus . . . 46

3 Der Algorithmus von Feichtinger und Gröchenig 48
3.1 Einführung und Begriffe . . . 48
3.2 Der Algorithmus von Feichtinger und Gröchenig auf der reellen Achse . . . 50
3.2.1 Der Algorithmus und dessen Konvergenz . . . 50
3.2.2 Die Konvergenzgeschwindigkeit des Algorithmus . . . 52
3.2.3 Die Stabilität des Algorithmus . . . 52
3.2.4 Fehleranalyse . . . 53
3.3 Die Approximation der Hilbert-Transformierten . . . 54
3.4 Der Feichtinger-Gröchenig-Algorithmus im Raum $\mathbf{B}_\alpha$ . . . 54
3.5 Beispiele . . . 55

4 Der Algorithmus von Papoulis und Gerchberg **62**
4.1 Vorbemerkungen 62
4.2 Die beiden komplementären Varianten des Algorithmus 62
4.2.1 Definitionen 62
4.2.2 Gegenüberstellung der beiden Varianten und Ergebnisse 62
4.3 Beweise der Sätze 64
4.4 Modifikation für die Approximation der Hilbert-Transformierten 72
4.5 Numerische Beispiele 72

5 Zu den Eigenschaften des Raumes $\mathbf{W}_\pi$ **80**
5.1 Approximierbarkeit von $\mathbf{W}_\pi$-Funktionen 80
5.2 Eine dem Betrage nach nicht integrable $\mathbf{W}_\pi$-Funktion 80
5.3 Beliebig wenig fallende $\mathbf{W}_\pi$-Funktionen 81
5.4 Eine Abschätzung für den Abschneidefehler bei der Shannonschen Abtastreihe 83

Anhang **85**

Liste der verwendeten Symbole **86**

Literatur **87**