

Dipl.-Ing. Michael Schmitz, Aachen

Axiale Entwicklung der Kernstruktur schlanker Wirbelfäden

Reihe **7**: Strömungstechnik

Nr. **294**

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Massenstrom durch eine Wirbelröhre	9
2.1	Einfluß der Kernstruktur auf die Bewegung eines schlanken Wirbels	9
2.2	Analyse des Wirbelkerns	12
2.3	Massenstrom-Radius-Gleichung	14
2.4	Stromfunktionsgleichung für schlanke Wirbel	17
2.4.1	Entwicklung der Stromfunktionsgleichung	19
2.4.2	Bestimmung von Anfangs- und Randbedingungen	20
3	Lösungen führender Ordnung	24
3.1	Lösung des Randwertproblems	27
3.1.1	Randwertproblem bei gegebener Außenkontur	27
3.1.2	Randbedingungen für gegebenen Außendruck	31
3.2	Lösung des Anfangswertproblems	33
4	Der kritische Zustand	40
4.1	Kritischer Zustand nach <i>Benjamin</i>	43
4.2	Kritischer Querschnitt eines radial begrenzten Wirbels	45
4.3	Kritischer Zustand eines freien Wirbels	49

5	Kritischer Zustand und Außenrandbedingung	54
5.1	Kritischer Querschnitt und Radialgeschwindigkeit	55
6	Wanderung des kritischen Strömungsquerschnittes	57
6.1	Lokalisierung des kritischen Zustands eines radial begrenzten Wirbels	57
6.2	Bestimmung des kritischen Zustands eines idealisierten freien Wirbels	59
6.3	Analytische Lösungen für spezielle Kernstrukturen	61
6.3.1	Kernbereich	62
6.3.2	Außenfeld	71
6.3.3	Überlagerung von Innen- und Außenfeld	74
7	Durchgang durch den kritischen Zustand	78
7.1	Asymptotische Entwicklung in der Nähe des kritischen Punktes	79
7.1.1	Wirbelaufplatzen als Zwei-Schritt-Transition	84
7.1.2	Gültigkeitsgrenzen der Annahmen für schlanke Wirbel	87
7.2	Lösungen im Innenbereich	94
7.2.1	Freier Wirbelfaden	95
7.2.2	Radial begrenzter Wirbel	96
8	Einfluß des Außendrucks auf eine experimentell ermittelte Kernstruktur	101
9	Vergleich mit Direkter Numerischer Simulation	106
9.1	Lösungen führender Ordnung bei gegebenem Außendruck . . .	112
9.2	Lösungen führender Ordnung des Anfangswertproblems	116
9.3	Lösungen in der Umgebung des kritischen Punktes	120
10	Zusammenfassung	125

Anhang	129
A Radius-Massenstrom-Beziehung nach <i>Klein & Ting</i> und Stromfunktionsgleichung nach <i>Benjamin</i>	129
B Vereinfachte Bewegungsgleichungen und Stromfunktionsdarstellung	131
C Durchgang durch den kritischen Punkt	135
C.1 Herleitung der Innenlösung	135
C.2 Verhalten der Innenlösung in der Umgebung des kritischen Punktes	138
D Verhalten der Außenlösung mit Annäherung an den kritischen Punkt	140