

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1.</b>	<b>Steuerung zeitdiskreter stochastischer Prozesse</b>	<b>13</b>
1.1.	Grundmodell eines diskreten dynamischen Systems	13
1.1.1.	Formulierung des Grundmodells	14
1.1.2.	Bezeichnungen	15
1.1.3.	Einführung eines gesteuerten stochastischen Prozesses	15
1.1.4.	Aufgabenstellung	16
1.1.5.	Definition von Kostengrößen	17
1.2.	Voraussetzungen	19
1.3.	Rekursionsformel	24
1.4.	Optimalitätsgleichung	25
1.5.	Optimalitätsprinzip	27
1.6.	Optimalitätskriterien und dynamische Optimierung	29
1.6.1.	Optimalitätskriterien	29
1.6.2.	Dynamische Optimierung	31
1.7.	Randomisierte Strategien	33
1.7.1.	Formulierung des Modells	33
1.7.2.	Aufgabenstellung	35
1.7.3.	Rekursionsformel	36
1.7.4.	Optimalitätsgleichung	37
1.7.5.	Über die Hinlänglichkeit der Benutzung reiner Strategien	38
1.8.	Bayessche dynamische Systeme	40
1.8.1.	Modell und Aufgabenstellung	40
1.8.2.	Reduktion auf das Grundmodell	42
1.9.	Dynamische Systeme bei unvollständiger Beobachtung	44
1.9.1.	Modell	44
1.9.2.	Einführung eines gesteuerten stochastischen Prozesses	45
1.9.3.	Aufgabenstellung	46
1.9.4.	Reduktion auf ein Grundmodell	46
1.10.	Ein allgemeines Modell eines diskreten dynamischen Systems	49
1.10.1.	Modell und Aufgabenstellung	49
1.10.2.	Reduktion auf ein Grundmodell	52
1.10.3.	Optimalitätsgleichung	54
<b>2.</b>	<b>Markowsche Entscheidungsprozesse</b>	<b>55</b>
2.1.	Modell	55
2.2.	Endlichstufige markowsche Entscheidungsprozesse	58
2.2.1.	Existenzaussagen für optimale Strategien	58
2.2.2.	Dynamische Optimierung als numerische Lösungsmethode	62
2.2.3.	Schranken für die Wertfunktion und Elimination nichtoptimaler Entscheidungen	67
2.2.4.	Approximative Lösung mittels Vergrößerung des Zustandsraumes	71
2.3.	Unendlichstufige diskontierte markowsche Entscheidungsprozesse	75
2.3.1.	Existenzaussagen für optimale Strategien	75

2.3.2.	Numerische Lösungsmethoden .....	82
2.3.3.	Schranken für die Wertfunktion und Elimination nichtoptimaler Entscheidungen .....	87
2.3.4.	Approximative Lösung mittels Vergrößerung des Zustandsraumes .....	92
2.4.	Unendlichstufige undiskontierte markowsche Entscheidungsprozesse .....	95
2.4.1.	Existenzaussagen für optimale Strategien .....	95
2.4.2.	Numerische Lösungsmethoden .....	103
2.4.3.	Schranken für den mittleren Verlust pro Stufe und Eliminierung nichtoptimaler Entscheidungen .....	110
<b>3.</b>	<b>Steuerung semimarkowscher Prozesse .....</b>	<b>114</b>
3.1.	Gesteuerte semimarkowsche Prozesse .....	114
3.2.	Kostenstruktur und Durchschnittsoptimalität .....	117
3.3.	Bestimmung durchschnittsoptimaler Strategien mittels des Howard-Algorithmus (ergodischer Fall) .....	132
3.4.	Bestimmung durchschnittsoptimaler Strategien mittels des Howard-Algorithmus (nichtergodischer Fall) .....	137
3.5.	Sukzessive Approximation durchschnittsoptimaler Kosten (ergodischer Fall) .....	147
3.6.	Diskontierte semimarkowsche Entscheidungsmodelle .....	149
<b>4.</b>	<b>Steuerung zeitstetiger stochastischer Prozesse .....</b>	<b>155</b>
4.1.	Einleitung .....	155
4.2.	Steueraufgabe .....	156
4.3.	Die Bellman-Gleichung für gesteuerte markowsche Prozesse .....	160
4.4.	Ein Maximumprinzip für gesteuerte stochastische Differentialgleichungen ..	163
4.5.	Der lineare Regulator .....	171
4.6.	Separationsprinzip .....	176
<b>5.</b>	<b>Stoppen stochastischer Prozesse .....</b>	<b>185</b>
5.1.	Grundmodell .....	186
5.2.	Optimalität von Stopzeiten .....	191
5.2.1.	Reaktionsfähigkeit von Stopzeiten .....	191
5.2.2.	Optimalitätsgleichung und Optimalitätskriterien .....	193
5.2.3.	Approximation durch endlichstufige Probleme .....	196
5.2.4.	Supermartingalcharakterisierung der optimalen Wertfunktion .....	199
5.2.5.	Der monotone Fall .....	200
5.3.	Der markowsche Fall .....	204
5.4.	Numerische Lösung von Stopproblemen bei Markow-Ketten mit endlichem Zustandsraum .....	217
5.4.1.	Wertiterationsverfahren .....	219
5.4.2.	Lineare Optimierung .....	222
5.4.3.	Stopmengenerweiterungsverfahren .....	223
5.4.4.	Beispiel .....	227
5.5.	Das Problem der besten Wahl .....	230
<b>Anhang</b>	<b>.....</b>	<b>241</b>
A. 1.	Wahrscheinlichkeitstheorie .....	241
A. 1.1.	Wahrscheinlichkeitsraum .....	241
A. 1.2.	Meßbarkeit, Zufallsgröße, Stopzeit .....	244
A. 1.3.	Integrierbarkeit, Erwartungswert .....	247
A. 1.4.	Stochastische Unabhängigkeit .....	252
A. 1.5.	Bedingte Erwartung .....	253
A. 2.	Stochastische Prozesse .....	256
A. 2.1.	Definitionen .....	256

---

A. 2.2.	Satz von Ionescu-Tulcea .....	257
A. 2.3.	Markow-Ketten .....	258
A. 2.4.	Semimarkowsche Prozesse .....	260
A. 2.5.	Erneuerungsprozesse .....	263
A. 2.6.	Martingale .....	264
A. 3.	Stochastische Analysis .....	266
A. 3.1.	Wiener-Prozeß .....	266
A. 3.2.	Das stochastische Ito-Integral .....	266
A. 3.3.	Stochastische Differentiale, Ito-Formel .....	268
A. 3.4.	Ito'sche stochastische Differentialgleichungen .....	270
A. 3.5.	Dynkinsche Formel .....	271
<b>Literaturverzeichnis</b>	.....	<b>272</b>
<b>Namenverzeichnis</b>	.....	<b>282</b>
<b>Sachverzeichnis</b>	.....	<b>284</b>