
I n h a l t.

E r s t e r A b s c h n i t t.

Darstellung des barycentrischen Calculs und einer darauf gegründeten analytischen Geometrie. S. 1—178.

E r s t e s C a p i t e l.

Vom Schwerpunkte. S. 3—15.

§. 1. Wie mit der Bezeichnung eines Theils einer Linie durch zwei an die Endpunkte des Theils gesetzte Buchstaben zugleich der positive oder negative Werth dieses Theils auszudrücken ist. — §. 2—8. Erklärung des Schwerpunkts in rein geometrischem Sinne. Den Schwerpunkt eines Systems von gegebenen Punkten mit gegebenen Gewichten oder Coëfficienten zu finden. — §. 9. Untersuchung des speciellen Falles, wenn die Summe der Coëfficienten = 0, und, §. 10., wenn überdies einer der Punkte der Schwerpunkt der übrigen ist. — §. 11—12. Mehrere Folgerungen.

Z w e i t e s C a p i t e l.

Der barycentrische Calcul. S. 16—31.

§. 13—14. Abkürzung der im vorigen Capitel erhaltenen Formeln, woraus der baryc. Calcul entspringt. — §. 15. Grundregeln dieses Calculs. — §. 16. Nothwendigkeit von Formeln, welche zum Uebergange von der Figur zur Rechnung und umgekehrt dienen. — §. 17. Mit der Bezeichnung eines Dreiecks durch drei an die Spitzen gesetzte Buchstaben soll zugleich der positive oder negative Werth des Dreiecks ausgedrückt werden. — §. 18. Allgemeine dabei statt findende Relationen. — §. 19—20. Dasselbe in Bezug auf dreiseitige Pyramiden. — §. 21—27. Lehrsätze zur Anwendung des barycentr. Calculs.

D r i t t e s C a p i t e l .

Neue Methode, die Lage von Punkten zu bestimmen. S. 32—44.

§. 28. Allgemeine Beschaffenheit dieser Methode. — §. 29—50. Bestimmung eines Punktes in einer geraden Linie durch zwei Fundamentalpunkte. — §. 31—32. Bestimmung eines Punktes in einer Ebene mittelst dreier Fundpunkte. Fundlinien, Funddreieck. Doppelte Art, wie vier Punkte in einer Ebene gegen einander liegen können. — §. 33—34. Bestimmung eines Punktes im Raume durch vier F.punkte. F.ebenen, F.pyramide. Doppelte Art der Lage von fünf Punkten im Raume. — §. 35. Veränderung der F.punkte. — §. 36. Beispiel.

V i e r t e s C a p i t e l .

Von Ausdrücken gerader Linien und Ebenen. S. 44—69.

§. 37. Einfachster Ausdruck einer Geraden. — Ausdrücke gerader Linien in einer Ebene. — §. 38. Allgemeiner Ausdruck einer solchen Linie. — §. 39. Durchschnitte derselben mit den F.linien. Ausdruck des unendl. entfernten Punktes der Linie. — §. 40. Vereinfachung des allgemeinen Ausdrucks einer Geraden. — §. 41—43. Aufgaben, den Schnidepunkt zweier Linien, die Bedingungsgleichung für ihren Parallelismus, etc. betreffend. — §. 44. Ausdrücke für einige besondere Lagen einer Geraden gegen das F.dreieck. — Ausdrücke gerader Linien im Raume überhaupt. — §. 45. Allgemeiner Ausdruck einer solchen. — §. 46. Durchschnitte derselben mit den vier F.ebenen. Ausdruck des unendl. entfernten Punktes der Linie. — §. 47. Vereinfachung des allgemeinen Ausdrucks der Linie. — §. 48. Bedingungsgleichung, wenn zwei Gerade in einer Ebene liegen, und darin einander parallel sind. — Ausdrücke für Ebenen. — §. 49. Allgemeiner Ausdruck einer Ebene. — §. 50. Durchschn.punkte der Ebene mit den F.linien. Durchschn.linien mit den F.ebenen. — §. 51. Vereinfachung des allgem. Ausdrucks einer Ebene. — §. 52. Ausdruck für eine unendl. entfernte Linie einer Ebene. — §. 53—55. Aufgaben, die Durchschnitte von Ebenen unter sich und mit Geraden, etc. betreffend. — §. 56. Ausdrücke gerader Linien u. Ebenen in einigen speciellen Lagen gegen die F.pyramide.

F ü n f t e s C a p i t e l .

Von Ausdrücken krummer Linien in Ebenen. S. 69—86.

§. 57. Was unter dem Ausdrucke einer Curve zu verstehen ist. — §. 58. Beschaffenheit der hier zu untersuchenden Curvenausdrücke. — §. 59. Allgemeiner Ausdruck für die Linien der zweiten Ordnung. — §. 60. Vereinfachung dieses Ausdrucks durch Einführung einer andern Veränderlichen. — §. 61. Vereinfachung durch Annahme anderer E.punkte. — §. 62. Von den drei wesentlich verschiedenen Formen der Linien der zweiten Ordnung. — §. 63. Wie die Lage einer Curve gegen das F.dreieck aus der Beschaffenheit der Coëfficienten erkannt wird. —

§. 64. Ausdrücke für Linien der zweiten Ordnung in einigen merkwürdigen Lagen gegen das Erdreieck. — §. 65. Einfache Construction einer Linie der 2ten Ordnung. Merkwürdiger von Maclaurin und Brakenridge entdeckter Satz. — §. 66. Ausdrücke für Linien höherer Ordnungen. — §. 67. Die Ordnung einer Curve bleibt bei Aenderung der F. punkte dieselbe. — §. 68. Die Anzahl der Durchschnitte einer Curve mit einer Geraden kann die Ordnungszahl der Curve nicht übersteigen. — §. 69. Verminderung der Zahl der Constanten im allgemeinen Ausdrucke einer Curve durch Einführung einer andern Veränderlichen. — §. 70. Bestimmung einer Curve durch gegebene Punkte. — §. 71. Verwandlung des Ausdrucks einer Curve in eine nach den Potenzen der Veränderlichen fortlaufende Reihe. Hieraus abgeleitete Construction einer Curve von beliebiger Ordnung durch blosses Ziehen von Geraden.

S e c h s t e s C a p i t e l .

Von der Berührung, den merkwürdigen Punkten und unendlichen Aesten krummer Linien in Ebenen. S. 87 — 114.

§. 72. Zweck der in diesem Capitel enthaltenen Untersuchungen. — §. 73 — 76. Bestimmung von Linien, welche mit einer gegebenen Curve in einem gegebenen Punkte eine Berührung von der 1sten, 2ten, etc. Ordnung bilden. — §. 77. Allgemeiner Ausdruck der geradlinigen Tangente. Die Berührung einer Curve mit einer Geraden ist im Allgemeinen von der ersten Ordnung. — §. 78. Ausnahmen hiervon bei merkwürdigen Punkten. Wendungspunkt. — §. 79. Spitze der ersten Art. — §. 80. Spitze der zweiten Art. — §. 81. Allgemeine Form des Ausdrucks bei merkwürdigen Punkten. — §. 82. Allgemeinere Bedingungen für das Vorhandenseyn merkwürdiger Punkte. — §. 83 — 87. Andere Behandlungsart derselben Gegenstände, indem die Berührung durch das Zusammenfallen anfänglicher Schneidepunkte zweier Linien erklärt wird. — §. 88. Von doppelten, dreifachen, etc. Punkten einer Curve. Isolierte Punkte. — Von den unendlichen Aesten. — §. 89. Unendliche Aeste sind vorhanden, wenn die Coëfficientensumme $= 0$ werden kann. — §. 90 — 91. Bestimmung einfacherer Linien, welche sich einer gegebenen asymptotisch nähern. — §. 92. Fälle, den merkwürdigen Punkten analog, in denen die unendlichen Aeste einer Curve gegen die geradlinige Asymptote eine besondere Lage haben. — §. 93. Fall, wo die Aeste keine Gerade, sondern eine Parabel zur Asymptote haben. — §. 94. Allgemeine Resultate.

S i e b e n t e s C a p i t e l .

Von Ausdrücken krummer Linien im Raume. S. 114 — 124.

§. 95. Eintheilung dieser Linien in Ordnungen. Eine Linie der n ten Ordnung kann von einer Ebene in höchstens n Punkten getroffen werden. — §. 96. Verwandlung des Ausdrucks einer Linie im Raume in eine nach den Potenzen der Veränderlichen fortgehende Reihe. — §. 97. Von der Berührung krummer Linien im Raume. — §. 98. Allgemeiner

Ausdruck der geradlinigen Tangente und der Krümmungsebene. Anwendung hiervon auf die Linien der dritten Ordnung. — §. 99. Doppelte Krümmung bei Linien im Raume; worin sie besteht. Merkwürdige Punkte bei Linien von doppelter Krümmung. Einfacher, doppelter Wendungspunkt. — §. 100. Von der Ebene, welche durch einen unendlichen Ast und die ihm im Unendlichen parallel laufende Asymptote bestimmt wird.

A c h t e s C a p i t e l.

Von Ausdrücken für krumme Flächen. S. 125 — 151.

§. 101. Allgemeine Beschaffenheit dieser Ausdrücke. — §. 102. Eintheilung der Flächen in Ordnungen. — §. 103. Lage einer Fläche gegen die F.pyramide. — Von der Berührung der Flächen. §. 104. Gang der Untersuchung. — §. 105. Ausdruck der eine Fläche berührenden Ebene. — §. 106. Allgemeiner Ausdruck einer Fläche, wenn sie von einer der F.ebenen in einem der F.punkte berührt wird. — §. 107. Doppelte Beschaffenheit der Berührung einer Fläche mit einer Ebene. — §. 108. Betrachtung der berührenden Ebene in der nächstfolgenden Lage, wo sie die Fläche zu schneiden anfängt. Dieser Schnitt ist im Allgemeinen ein Kegelschnitt. — §. 109. Einfache und anschauliche Art, wie hiermit die bekannten Eigenschaften des Krümmungshalbmessers und unendlich naher Normalen einer krummen Fläche dargestellt werden können. — Von den Flächen der zweiten Ordnung. §. 110. Von den verschiedenen Arten dieser Flächen. — §. 111. Vereinfachung des Ausdrucks für das hyperbolische Hyperboloid. Eigenschaften dieser Fläche. — §. 112. Vom hyperbol. Paraboloid. — Von abwickelbaren Flächen. §. 113. Allgemeiner Ausdruck einer Fläche, welche durch die Bewegung einer Geraden erzeugt wird. — §. 114. Allgemeiner Ausdruck einer abwickelbaren Fläche, als einer besondern Art der vorigen. — §. 115—116. Noch andere Ausdrücke dieser Fläche, aus geometrischen Betrachtungen hergeleitet. — §. 117. Analytischer Zusammenhang zwischen diesen Ausdrücken.

N e u n t e s C a p i t e l.

Verwandlung barycentrischer Ausdrücke in Gleichungen zwischen parallelen Coordinaten und umgekehrt. S. 152—178.

§. 118—119. Bestimmung eines barycentrisch ausgedrückten Punktes durch parallele Coordinaten. — §. 120—125. Das umgekehrte Problem. — §. 126. Einfachste Gestalt der hierbei nöthigen Formeln. — §. 127. Ueber die grössere Allgemeinheit, in welcher hier die Bestimmung durch parallele Coordinaten genommen wird. — §. 128. Erweitertes Gebiet der barycentr. Untersuchungen, wenn man die Verhältnisse zwischen den gegenseitigen Abständen der F.punkte mit berücksichtigt. — §. 129. Den Ausdruck einer ebenen Curve in eine Gleichung, und umgekehrt, zu verwandeln. — §. 130. Beispiele. — §. 131. Dieselbe Aufgabe für Curven im Raume. — §. 132. Beispiele. — §. 133. Dieselbe Auf-

gabe für Flächen. — §. 134. Beispiele. — §. 135 — 137. Zusammenhang zwischen rationalen Ausdrücken und Gleichungen. Jeder rationale Ausdruck einer ebenen Curve lässt sich in eine Gleichung verwandeln, die mit dem Ausdrucke von einerlei Ordnung ist, nicht umgekehrt. — §. 138. Anzahl der Bedingungsgleichungen, bei welchen die zwei Veränderlichen einer algebraischen Gleichung als rationale Functionen einer dritten Veränderlichen dargestellt werden können.

Zweiter Abschnitt.

Von den Verwandtschaften der Figuren und den daraus entspringenden Classen geometrischer Aufgaben. S. 179 — 368.

Erstes Capitel.

Von der Gleichheit und Aehnlichkeit. S. 181 — 187.

§. 139. Erklärung der Gleichheit und Aehnlichkeit. — §. 140. Construction eines Systems von Punkten, welches einem gegebenen Systeme gleich und ähnlich ist. Anmerkung über Figuren im Raume, welche einander gleich und ähnlich sind, aber nicht zur Congruenz gebracht werden können. — §. 141. Beweis jener Construction. Anzahl von Stücken, welche bei einem Systeme von n Punkten gegeben seyn müssen, um daraus alle übrigen Stücke finden zu können.

Zweites Capitel.

Von der Aehnlichkeit. S. 187 — 190.

§. 142. Erklärung der Aehnlichkeit. — §. 143. Construction ähnlicher Figuren. Anzahl der Verhältnisse, aus denen bei einem Systeme von n Punkten alle übrigen Verhältnisse gefunden werden können. Allgemeine Bemerkung über den Zusammenhang zwischen Construction und Rechnung.

Drittes Capitel.

Von der Affinität. S. 191 — 212.

§. 144. Wie der Begriff der Affinität aus der barycentr. Bestimmung von Punkten entspringt. — §. 145. Erklärung der Affinität ebener Figuren durch Proportionalität zwischen sich entsprechenden Flächentheilen. — §. 146. Andere Erklärung mittelst paralleler Coordinaten. — §. 147. Von der Affinität hat schon Euler gehandelt. — §. 148. Widerlegung einer Euler'schen Behauptung. — §. 149. Noch andere Erklärung affiner Figuren in Ebenen. — §. 150 — 153. Analoge Erklärungen und Eigenschaften affiner Figuren im Raume. — §. 154. Die Affinität bei Systemen von Punkten in geraden Linien ist einerlei mit der Aehnlichkeit. — §. 155 — 156. Construction affiner Figuren in Ebenen. Anzahl von Verhältnissen zwischen Flächentheilen, welche bei einer ebenen geradlinigen Figur gegeben seyn müssen, um daraus alle übrigen

Verhältnisse dieser Art finden zu können. Zur Lösung der hieraus entspringenden Aufgaben dient der barycentrische Calcul, — §. 157. Beispiele, — §. 158—160. Analoge Aufgaben bei räumlichen Figuren.

Viertes Capitel.

Von der Gleichheit. S. 213—242.

§. 161—162. Engere Bedeutung, in welcher hier die Gleichheit der Figuren genommen wird. Entstehung des Begriffs der Gleichheit aus dem der Affinität. — §. 163. Gegenseitiges Verhalten der bisher erklärten Verwandtschaften. — §. 164. Construction gleicher Figuren in Ebenen. Anzahl der Flächentheile, aus welchen sich bei einer ebenen geradlinigen Figur die übrigen Flächentheile ihrem Inhalte nach finden lassen. — §. 165. Beispiele. Erklärung des Flächeninhalts eines Vielecks, auch auf Vielecke mit Doppelpunkten anwendbar. — §. 166. Merkwürdige Relation zwischen den Dreiecken eines durch Diagonalen getheilten Fünfecks, wodurch alle hierher gehörigen Aufgaben in Rechnung sich setzen lassen. — §. 167. Construction gleicher Figuren im Raume. — §. 168. Aus wie viel körperlichen Theilen bei einem durch Ebenen verbundenen Systeme von Punkten die übrigen körperl. Theile gefunden werden können. — §. 169. Beispiel. — §. 170—171. Zwei Relationen zwischen Pyramiden, analog der Relation zwischen Dreiecken in §. 166. — Von der Affinität und Gleichheit krummer Linien und Flächen. §. 172. Allgemeine Beziehungen zwischen affinen Curven. — §. 173. Alle Kegelschnitte von derselben Art sind einander affin. Je zwei Parabeln lassen sich auch als gleiche Figuren betrachten. — §. 174. Folgerungen aus dieser Eigenthümlichkeit der Parabel. Allgemeine Eigenschaften unendlich kleiner Segmente einer Curve. — §. 175. Affinität und Gleichheit krummer Flächen überhaupt. — §. 176. Je zwei Flächen der zweiten Ordnung von derselben Art sind einander affin. Paraboloid von derselben Art können auch als gleich angesehen werden. — §. 177—178. Beweis dieses Satzes für das hyperb. Paraboloid und Folgerungen daraus. Cubatur dieses Paraboloids. — §. 179. Beweis für das ellipt. Paraboloid. Cubatur desselben. Anmerkung über unendlich kleine Segmente krummer Flächen überhaupt.

Fünftes Capitel.

Die Doppelschnittsverhältnisse. S. 243—265.

§. 180. Vorerinnerung. — §. 181. Betrachtung des Verhältnisses, nach welchem eine Gerade von bestimmter Länge in einem Punkte geschnitten wird. — §. 182. Doppelschn.verhältnisse. Werthe derselben nach der verschiedenen Lage der vier sie bestimmenden Punkte. — §. 183. Abgekürzte Bezeichnung der D.verhältnisse. — §. 184. Relationen zwischen den D.verhältnissen, welche durch Permutation der vier Buchstaben in ihrer Bezeichnung entstehen. Tafel dafür. — Relationen zwischen D.verhältnissen bei einem Systeme von mehr als vier Punkten in einer geraden Linie. — §. 185. Grund-

formeln. — §. 186. Einfache Anwendungen. — §. 187. Aus wie viel D.verhältnissen bei einem Systeme von n Punkten in einer geraden Linie die übrigen gefunden werden können. — D.verhältnisse bei einem Systeme gerader Linien in einer Ebene. — §. 188—189. D.verhältnisse bei vier Geraden, welche sich in einem Punkte schneiden. — §. 190. Relationen zwischen D.verhältnissen bei einem Systeme von fünf Punkten, — §. 191., bei einem Systeme von fünf Geraden in einer Ebene. — §. 192. Aus wie viel D.verhältnissen bei einem Systeme n gerader Linien in einer Ebene etc. — D.verhältnisse bei einem Systeme von Ebenen. — §. 193. Allgemeine Betrachtung eines Systems sich schneidender Ebenen. — §. 194. Aus wie viel D.verhältnissen bei einem Systeme von n Ebenen etc. — §. 195. Zweckgemässere Bezeichnung der D.verhältnisse in den hierbei anzuwendenden Formeln. — §. 196. D.verhältnisse bei vier Ebenen, welche sich in einer Geraden schneiden. — §. 197. Beispiel zu §. 194.

S e c h s t e s C a p i t e l.

Die geometrischen Netze. S. 266—301.

Das Netz in einer Ebene. §. 198. Vier Punkte in einer Ebene werden durch Gerade verbunden. Eigenschaften dieser Figur. Harmonische Theilung. — §. 199. Zusätze. — §. 200. Durch die ohne Ende fortgesetzte Verbindung der Durchschnittspunkte dieser Figur wird die Ebene mit einem immer dichter werdenden Netze überzogen. — §. 201—205. Allgemeine Eigenschaften des Netzes. Jedes von Punkten des Netzes gebildete D.verhältniss ist rational; Punkte des Netzes können an allen Stellen der Ebene gefunden werden; etc. — Das Netz im Raume. §. 206. Figur, welche entsteht, wenn fünf Punkte im Raume zu dreien durch Ebenen verbunden werden. — §. 207—208. Eigenschaften dieser Figur auf rein geometrischem Wege gefunden. Hiermit können rückwärts die Eigenschaften der Figur in §. 198. ohne Anwendung von Calcul oder Proportionen dargethan werden. — §. 209. Barycentr. Entwicklung der Eigenschaften dieses Systems von Ebenen. — §. 210. Durch fortgesetzte Verbindung je dreier Punkte dieses Systems mit Ebenen entsteht das Netz im Raume. — §. 211—214. Allgemeine Eigenschaften desselben, analog den obigen für das Netz in einer Ebene. — §. 215—216. Von Vieleckschnittsverhältnissen. Entstehung der Vl.verhältnisse. Jedes aus Netzpunkten gebildete Vl.verhältniss ist rational. Ein D.verhältniss ist ein Zweieckschn.verhältniss.

S i e b e n t e s C a p i t e l.

Von der Verwandtschaft der Collineation. S. 301—330.

§. 217. Einfachste Erklärung dieser Verwandtschaft durch die gerade Linie. — §. 218. Die hiernach sich entsprechenden Punkte zweier Ebenen können durch Construction zweier Netze gefunden werden. — §. 219. Barycentr. Erklärung der Coll. Verw. bei ebenen Figuren. — §. 220. Zusätze. Alle Kegelschn. sind einander collinear. — §. 221. Gleich-

heit der D.- und VI.verhältnisse zwischen sich entsprechenden Punkten coll.verwandter ebener Figuren. — §. 222. Erörterung der Coll.Verw. bei räumlichen Figuren durch Construction von Netzen im Raume. — §. 223. Barycentr. Erklär. der Coll.Verw. bei räuml. Figuren. — §. 224. Zusätze. Die Flächen der zweiten Ordnung sind nicht insgesamt einander collinear, sondern zerfallen in dieser Hinsicht in zwei Classen. — §. 225. Gleichheit der D.- und VI.verhältnisse bei collinearen Figuren im Raume. — §. 226. Coll.Verwandtschaft bei Systemen von Punkten in geraden Linien. — Construction collinear verwandter Figuren. §. 227 — 228. Construction, wenn die gegebene Figur bloss aus Punkten in einer Geraden besteht. — §. 229. Dieselbe Aufgabe bei ebenen Figuren. — §. 230. Die Ebenen zweier collinearer Figuren können immer und auf unzählige Weisen in eine solche gegenseitige Lage gebracht werden, dass die Geraden, welche je zwei sich entspr. Punkte verbinden, sich in Einem Punkte schneiden. — §. 231. Construction coll. verw. Figuren im Raume. — §. 232. Beweis der vorgetragenen Constructionen, etc.

A c h t e s C a p i t e l.

Von den aus der Verwandtschaft der Collineation entspringenden Aufgaben. S. 331 — 368.

§. 233 — 234. Wie viel D.- und VI.verhältnisse bei einem Systeme von n Punkten gegeben seyn müssen, um daraus die übrigen finden zu können. — Der abgekürzte barycentrische Calcul. §. 235. Gegenstände, die sich diesem Calcul unterwerfen lassen. — §. 236. Abkürzung der baryc. Gleichungen bei einem Systeme von Punkten in einer Geraden. — §. 237. Berechnung der D.- und VI.verhältnisse. — §. 238. Aus in hinreichender Anzahl gegebenen D.- und VI.verhältnissen bei Punkten in einer Geraden die übrigen zu finden. Beispiel. — §. 239 — 242. Formeln des abgekürzten Calculs und Regeln für deren Anwendung bei ebenen Figuren. — §. 243. Beispiele. Merkwürdige Relationen bei in einander beschriebenen Dreiecken und Vierecken. — §. 244. Anwendung des abgekürzten Calculs auf räumliche Figuren. — §. 245 — 246. Beispiel. Eine Gerade zu ziehen, welche vier andere gegebene Gerade schneidet. Allgemeine Auflösung durch Construction eines hyperb. Hyperboloids, Auflösung durch Rechnung für eine besondere Lage der gegebenen Geraden. — Schlussbemerkungen. §. 247. Uebersicht der Arten von Aufgaben, welche aus den bisher erklärten Verwandtschaften entspringen. — §. 248. Eintheilung aller Eigenschaften der Figuren in drei Classen.

D r i t t e r A b s c h n i t t .

Anwendung des barycentrischen Calculs auf die Entwicklung mehrerer Eigenschaften der Kegelschnitte. S. 369 — 454.

E r s t e s C a p i t e l .

Bestimmung eines Kegelschnitts durch gegebene Punkte. S. 371 — 385.

§. 249. Vereinfachung des Ausdrucks für einen Kegelschnitt, welcher durch die drei F.punkte geht. — §. 250. Ausdruck eines durch fünf Punkte beschriebenen Kegelschnitts. — §. 251. Ein Punkt in der Ebene eines Kegelschnitts kann gegen denselben drei verschiedene Arten von Lagen haben. Bedingungen dafür. — §. 252. Ausdruck einer durch die F.punkte beschriebenen Parabel. — §. 253 — 254. Durch vier Punkte einer Ebene können immer Hyperbeln, nicht aber auch immer Ellipsen und Parabeln beschrieben werden. — §. 255. Bestimmung der Art des Kegelschnitts, welcher sich durch fünf gegebene Punkte führen lässt. — §. 256. Zusätze. Unendlich grössere Wahrscheinlichkeit, dass fünf Punkte in einer Hyperbel, als dass sie in einer Ellipse liegen. — §. 257. Anderer Beweis des Satzes in §. 255.

Z w e i t e s C a p i t e l .

Bestimmung eines Kegelschnitts durch gegebene Tangenten. S. 386 — 401.

§. 258. Vereinfachung des Ausdrucks für einen Kegelschnitt, der von den drei F.linien berührt wird. — §. 259. Ausdruck einer davon berührten Parabel. — §. 260. Bestimmung der Art eines Kegelschnitts, wenn drei Tangenten und in zweien derselben die Berührungspunkte gegeben sind. — §. 261. Ausdruck eines an fünf Gerade beschriebenen Kegelschnitts. — §. 262. Merkwürdige Sätze bei einer von drei Geraden berührten Parabel. — §. 263. Dreifache Art der Lage einer Geraden gegen einen Kegelschnitt. Bedingungen dafür. — §. 264. Bestimmung der Art des Kegelschnitts, der an fünf gegebene Gerade beschrieben werden kann. — §. 265. Besondere Eigenschaft einer um eine Fläche der zweiten Ordnung beschriebenen dreiseitigen Pyramide.

D r i t t e s C a p i t e l .

Von den Durchmessern und dem Mittelpunkte eines Kegelschnitts und den Asymptoten der Hyperbel. S. 402 — 413.

§. 266 — 268. Eigenschaften der Durchmesser und des Mittelpunkts eines Kegelschnitts. — §. 269. Construction von Kegelschnitten in einander beschriebene Dreiecke, wobei die Mittelpunkte der Kegelschnitte in einer Geraden liegen. — §. 270 — 271. Eigenschaften der Asymptoten der Hyperbel.

Viertes Capitel.

Gegenseitiges Entsprechen zwischen Punkten und geraden Linien in Bezug auf einen Kegelschnitt. S. 413—433.

§. 272. Eigenschaften von Sehnen eines Kegelschnitts, welche sich in Einem Punkte schneiden. — §. 275. Jedem Punkte in der Ebene eines Kegelschnitts entspricht in Bezug auf letztern eine gewisse Gerade, und umgekehrt. — §. 274—275. Gegenseitige Lage dieser Punkte und Geraden. — §. 276. Anwendung dieser Theorie, um aus schon bekannten Eigenschaften der Kegelschnitte neue, analoge abzuleiten. Beispiele. In und um einen Kegelschnitt beschriebene Vierecke. — Eigenschaften in und um einen Kegelschnitt beschriebener Sechsecke. — §. 277—280. Das einbeschriebene Sechseck. Beschreibung eines Kegelschnitts durch fünf Punkte. — §. 281. Rückkehr zu Eigenschaften der Vierecke. Ein- und umschriebenes Achteck. — §. 282. Das umschriebene Sechseck. Beschreibung eines Kegelschnitts an fünf gegebene Gerade. — §. 283. Um (In) zwei um (in) einen Kegelschnitt beschriebene Dreiecke lässt sich ein zweiter Kegelschnitt beschreiben. — §. 284. Gegenseitiges Entsprechen zwischen den Punkten und Tangenten zweier Kegelschnitte.

Fünftes Capitel.

Allgemeinere Darstellung des gegenseitigen Entsprechens zwischen Punkten und geraden Linien. S. 433—454.

§. 285. Auch bei bloss geradlinigen Figuren können durch das Vertauschen der Punkte mit Geraden und der Geraden mit Punkten aus gegebenen Sätzen analoge abgeleitet werden. — §. 286. Analytischer Beweis dafür. Gegenseitige Beziehung, in welche bei zwei Ebenen alle Punkte der einen mit den Geraden der andern sich setzen lassen. — §. 287. Jeder Curve der einen Ebene gehört alsdann eine Curve in der andern zu, so dass wechselseitig den Punkten der einen Curve die Tangenten der andern entsprechen. — §. 288—289. Die vier ersten Paare sich entsprechender Punkte und Linien können bei dieser Beziehungsart nach Willkühr genommen werden. — §. 290. Hierbei statt findende Gleichheit der D.verhältnisse. — §. 291—294. Merkwürdige Art, wie auch dieselben V.verhältnisse in der entsprechenden Figur sich wieder zeigen. — §. 295. Folgerungen daraus. — §. 296. Erfindung analoger Sätze in Bezug auf V.verhältnisse. — §. 297. Beispiele. — §. 298. Alle Eigenschaften der dritten Classe sind paarweise vorhanden.