

# Inhaltsverzeichnis

|                                                                                                                                                                                            |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Vorwort</b>                                                                                                                                                                             | 7  |
| <b>1. Die laufende Quadrierung einer Zahl</b>                                                                                                                                              | 9  |
| Was passiert bei dieser Iteration mit verschiedenen Zahlen? Nicht jede Zahl wird ständig größer!                                                                                           |    |
| <b>2. Eine Erweiterung der Iteration von Kapitel 1</b>                                                                                                                                     | 10 |
| Nach jeder Quadrierung wird vor dem nächsten Schritt eine Konstante addiert. Das hat unerwartete Folgen.                                                                                   |    |
| <b>3. Nichtlineares und Naturerkenntnis</b>                                                                                                                                                | 12 |
| Nicht alles in der Natur verläuft nach linearen Gesetzmäßigkeiten. Nach diesem Nachdenken über Naturwissenschaft wird der Begriff „lineare Iteration“ erläutert.                           |    |
| <b>4. Irrationale Zahlen – schon im Altertum entdeckt</b>                                                                                                                                  | 14 |
| Die Fixpunkte der erweiterten Iteration (Kapitel 2) sind irrationale Zahlen. Gerade an einer dieser Zahlen wurde im Altertum die Irrationalität entdeckt.                                  |    |
| <b>5. Die erweiterte Iteration mit reellen Zahlen</b>                                                                                                                                      | 18 |
| Das Grenzverhalten gewisser irrationaler Zahlen hierbei wird untersucht. Es ergeben sich Fixpunkte und unendlich viele Vorfixpunkte.                                                       |    |
| <b>6. Komplexe Zahlen</b>                                                                                                                                                                  | 20 |
| Was komplexe Zahlen sind und wie man sie erhält.                                                                                                                                           |    |
| <b>7. Komplexe Zahlen werden laufend quadriert</b>                                                                                                                                         | 24 |
| Das Grenzverhalten hierbei wird untersucht.                                                                                                                                                |    |
| <b>8. Vorfixpunkte bei laufender Quadrierung komplexer Zahlen</b>                                                                                                                          | 26 |
| Auch hier ergeben sich unendlich viele Vorfixpunkte, dazu Zahlen, die sich beim laufenden Quadrieren zyklisch verhalten.                                                                   |    |
| <b>9. Die erweiterte Iteration mit komplexen Zahlen – die Entstehung von Julia-Mengen</b>                                                                                                  | 30 |
| Die Veranschaulichung der Untersuchungsergebnisse führt zu ersten fraktalen Mustern. Es sind die so ästhetischen Julia-Mengen.                                                             |    |
| <b>10. Selbstähnlichkeit bei fraktalen Gebilden</b>                                                                                                                                        | 46 |
| Fraktale Gebilde sehen oft unter dem Mikroskop genau so aus wie mit dem bloßen Auge und heißen daher selbstähnlich. Auch in der Natur kommen häufig angenähert selbstähnliche Gebilde vor. |    |
| <b>11. Die Dimension eines fraktalen Gebildes</b>                                                                                                                                          | 50 |
| Der Weg vom gewohnten 1-, 2- oder 3-dimensionalen zur nichtganzzahligen Dimension von fraktalen Gebilden wird erklärt und an Beispielen erläutert.                                         |    |
| <b>12. Das Mandelbrotsche „Apfelmännchen“</b>                                                                                                                                              | 54 |
| Die erweiterte Iteration kann so ausgewertet werden, daß das Apfelmännchen entsteht. Verzweigung und Chaos bei Grenzprozessen werden hieran erörtert.                                      |    |
| <b>13. Nichtlineare Wachstumsvorgänge</b>                                                                                                                                                  | 63 |
| Bei ihnen tritt Rückkopplung auf, die auch zu Verzweigungen und Chaos führt.                                                                                                               |    |

**14. Wie erzeugt man fraktale Gebilde auf dem Computer-Bildschirm?**

73

Es werden Hinweise gegeben, um selbst Programme zu erstellen, mit denen man Julia-Mengen und Apfelmännchen am Bildschirm betrachten kann.

**Lösungen der Aufgaben**

85

**Literaturverzeichnis**

92

**Stichwortverzeichnis**

94